

drawing disegnare

n. 68
idee immagini
ideas images

Rivista semestrale del Dipartimento di Storia, disegno
e restauro dell'architettura – Sapienza Università di Roma
*Biannual Journal of the Department of History, representation
and restoration of architecture – Sapienza Rome University*

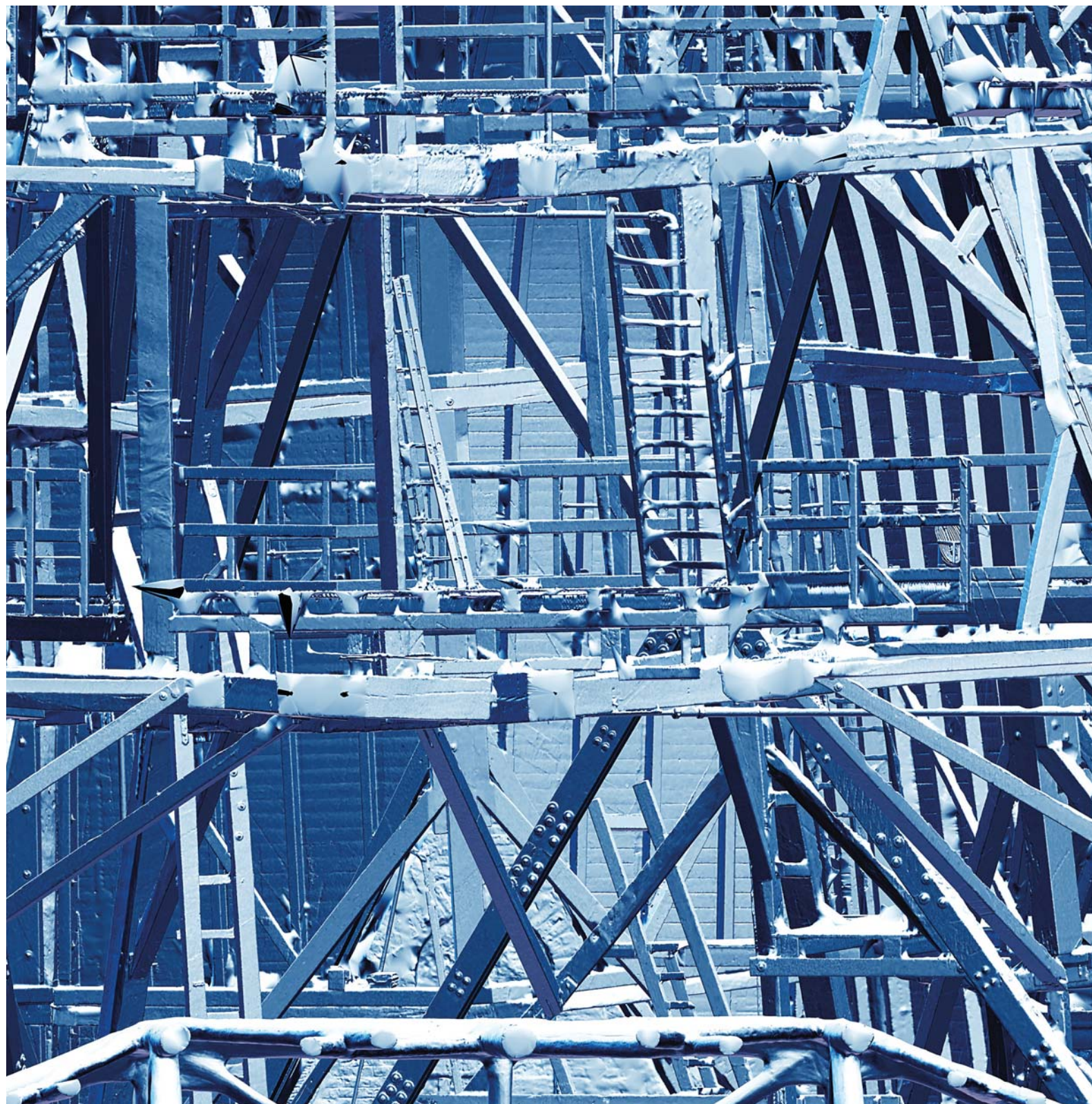
Worldwide distribution and digital version EBOOK
www.gangemeditore.it



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Anno XXXV, n. 68/2024
€ 15,00 - \$/£ 20.00

Full english text





<https://dsdra.web.uniroma1.it/it/disegnare-idee-immagini>



Rivista semestrale del Dipartimento di Storia, disegno e restauro dell'architettura, pubblicata con il contributo di Sapienza Università di Roma
Biannual Journal of the Department of History, representation and restoration of architecture, published with the contribution of Sapienza Rome University

Registrazione presso il Tribunale di Roma
n. 00072 dell'11/02/1991

© proprietà letteraria riservata

GANGEMI EDITORE
INTERNATIONAL

via Giulia 142, 00186 Roma
tel. 0039 06 6872774 fax 0039 06 68806189

e-mail info@gangemieditore.it
catalogo on line www.gangemieditore.it

Le nostre edizioni sono disponibili in Italia e all'estero anche in versione ebook.
Our publications, both as books and ebooks, are available in Italy and abroad.

Un numero € 15,00 – estero € 20,00 / \$/£ 24.00
Arretrati € 30,00 – estero € 40,00 / \$/£ 48.00
Abbonamento annuo € 30,00 –
estero € 35,00 / \$/£ 45.00
One issue € 15,00 – Overseas € 20,00 / \$/£ 24.00
Back issues € 30,00 – Overseas € 40,00 / \$/£ 48.00
Annual Subscription € 30,00 –
Overseas € 35,00 / \$/£ 45.00

Abbonamenti/Annual Subscription

Versamento sul c/c postale n. 15911001
intestato a Gangemi Editore SpA
IBAN: IT 71 M 076 0103 2000 0001 5911 001
Payable to: Gangemi Editore SpA
post office account n. 15911001
IBAN: IT 71 M 076 0103 2000 0001 5911 001
BIC SWIFT: BPPIITRRXXX

Distribuzione/Distribution

Librerie in Italia e all'estero/
Bookstores in Italy and overseas
Emme Promozione e Messaggerie Libri Spa – Milano
e-mail: segreteria@emmepromozione.it
www.messaggerielibri.it

Edicole in Italia e all'estero/
Newsstands in Italy and overseas
Bright Media Distribution Srl
e-mail: info@brightmediadistribution.it

Abbonamenti/Annual Subscription

EBSCO Information Services
www.ebscohost.com

ISBN 978-88-492-5280-4
ISSN IT 1123-9247

Finito di stampare nel mese di giugno 2024
Gangemi Editore Printing

Direttore scientifico/Editor-in-Chief

Mario Docci
Sapienza Università di Roma
piazza Borghese 9, 00186 Roma, Italia
mario.docci@uniroma1.it

Direttore responsabile/Managing editor

Carlo Bianchini
Sapienza Università di Roma
piazza Borghese 9, 00186 Roma, Italia
carlo.bianchini@uniroma1.it

Comitato Scientifico/Scientific Committee

Alonzo Addison, *University of California, Berkeley, USA*
Piero Albinin, *Sapienza Università di Roma, Italia*
Eduardo Antonio Carazo Lefort, *Universidad de Valladolid, Spagna*
Fabiana Carbonari, *Universidad de La Plata, Argentina*
Pilar Chías, *Universidad de Alcalá, Spagna*
Francis D.K. Ching, *Seattle, USA*
Livio De Luca, *CNRS - Centre National de la Recherche Scientifique, Francia*
Marco Gaiani, *Università di Bologna, Italia*
Fernando Gandolfi, *Universidad de La Plata, Argentina*
Natalia Jorquera Silva, *Universidad del La Serena, Cile*
Joubert José Lancha, *Universidade de São Paulo, Brasile*
Cornelie Leopold, *Technische Universität Kaiserslautern, Germania*
Riccardo Migliari, *Sapienza Università di Roma, Italia*
Douglas Pritchard, *Robert Gordon University, Scozia*
Franco Purini, *Sapienza Università di Roma, Italia*
Mario Santana-Quintero, *Carleton University, Canada*

Comitato di Redazione/Editorial Staff

Laura Carlevaris (coordinatore)
Emanuela Chiavoni, Laura De Carlo,
Carlo Inglese, Alfonso Ippolito, Luca Ribichini

Staff edizione multimediale/Multimedia edition Staff

Marina Attenni, Adriana Caldarone, Flavia Camagni,
Marika Griffò, Sofia Menconero

Coordinamento editoriale e segreteria/Editorial coordination and secretarial services

Monica Filippa

Redazione/Editorial office

piazza Borghese 9, 00186 Roma, Italia
tel. 0039 6 49918890
disegnare@uniroma1.it

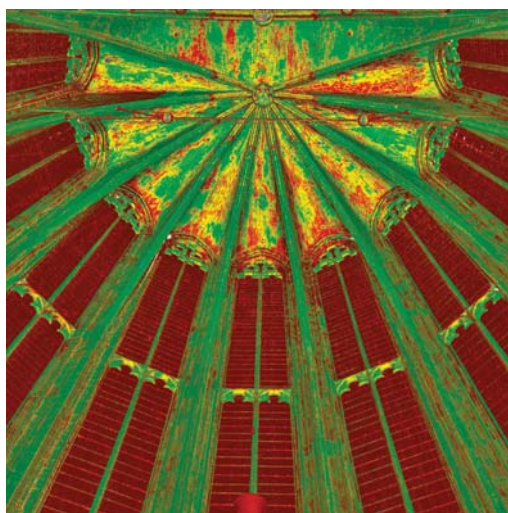
In copertina/Cover

Cattedrale di Aachen. Vista 3D delle strutture di sostegno della cupola esterna (elaborazione di Douglas Pritchard)
Aachen Cathedral. 3D model of the supporting structures of the outer dome (by Douglas Pritchard).

Anno XXXIV n. 68, giugno 2024

- 3 Editoriale di Mario Docci, Carlo Bianchini
La Cattedrale di Aachen, studi e ricerche
Editorial by Mario Docci, Carlo Bianchini
Aachen Cathedral, studies and research
- 7 Jan Richarz
L'importanza di un modello 3D per la Cattedrale di Aachen
The importance of a 3D model for Aachen Cathedral
- 12 Yannick Ley
L'evoluzione della Cattedrale di Aachen in sedici immagini
The evolution of Aachen Cathedral in sixteen figures
- 20 Douglas Pritchard
La documentazione della Cattedrale di Aachen: approcci integrati per la conservazione digitale utilizzando Terrestrial Laser Scanning e fotogrammetria
The documentation of Aachen Cathedral: integrated approaches for digital preservation using Terrestrial Laser Scanning and photogrammetry
- 38 Bruno Schindler
La geometria della Cappella Palatina di Aachen e il sistema di misurazione pratica applicato in cantiere
The geometry of the Aachen Palatine Chapel and the practical measurement system on the building site
- 56 Carlo Bianchini
Sulle unghie coniche della Cappella Palatina di Aachen
The conical vaults in the Palatine Chapel in Aachen
- 72 Martina Attenni, Roberto Barni, Marika Griffò
Sperimentazioni di Machine Learning per la mappatura della Cattedrale di Aachen
Machine Learning experiments for mapping Aachen Cathedral
- 90 Rilievo geometrico e architettonico: disegni tratti dal portfolio
Geometric and architectural survey: drawings from the portfolio

Cattedrale di Aachen. Vista texturizzata della nuvola
di punti del Coro gotico (elaborazione di Marika Griffò).
*Aachen Cathedral. Texturized view of the points cloud
of the Gothic Choir (by Marika Griffò).*





Carlo Bianchini

Sulle unghie coniche della Cappella Palatina di Aachen *The conical vaults in the Palatine Chapel in Aachen*

<https://cdn.gangemieditore.com/DOI/10.61020/11239247-202468-06.pdf>

Towards the end of the 8th century, Charlemagne established the capital of the Holy Roman Empire in *Aquae Granni*; this event led to the construction of a new palatine complex destined to embody the cultural and political *renovatio* initiated by the emperor. The Palatine Chapel is the hub of this ensemble, a building that merges Roman and Byzantine traditions, but also displays several intriguing anomalies revealed by an analysis of the data collected during two systematic surveying campaigns. The hypothesis presented in this contribution suggests that the design of the Palatine Chapel was unitary and holographic, supervised by Odo of Metz who, on the one hand, seamlessly carried on from the past, but on the other introduced original elements by redesigning certain stylistic features belonging to his native Armenian culture. This theory is based above all on the study of the conical panels of the upper ambulatory – a one-of-a-kind structure in late ancient and early medieval western architecture, but found in some 7th-century churches in Armenia. Apart from the purely architectural implications, this hypothesis strongly influences the history of geometric thinking. In fact, if the knowledge available when Odo was alive was the knowledge handed down only by written sources, the conical vaults in the Palatine Chapel would be inexplicable, given their complexity. This suggests that medieval geometry was more advanced compared to what traditional historiography reports, involving oral teachings and practices not written on parchment, but on stone.

Keywords: conical vaults, squinches vaults, early-medieval stereotomy, Palatine Chapel in Aachen, medieval practical geometry.

In the late 8th century Charlemagne decided to break with the Germanic tradition of an itinerant court and instead establish the sedes regia of his newly-formed Holy Roman Empire in the old city of Aquae Granni. This required the construction of a new palatine complex that could not only host the functions associated with government, but also reflect the scope of the political, religious and cultural renovatio launched by the Emperor [Falkenstein 1991; Polanichka 2009]. The Palatine Chapel is currently part of the Cathedral in Aachen [Buchkremer 1955]; it is not only a silent witness testifying to this crucial turning point in the history of Western Europe, but also the manifesto of a new architectural language capable of merging Roman and Byzantine traditions, without,

Sul finire dell'VIII secolo, Carlo Magno stabilisce la capitale del Sacro Romano Impero ad Aquae Granni, evento che dà il via alla costruzione di un nuovo complesso palatino destinato a incarnare la renovatio culturale e politica avviata dall'imperatore. Perno di questo insieme è la Cappella Palatina, un edificio che combina tradizioni romane e bizantine ma che mostra anche alcune intriganti anomalie messe in luce dall'analisi dei dati derivanti da due sistematiche campagne di rilevamento. L'ipotesi presentata in questo contributo suggerisce che la Cappella Palatina sia frutto di un progetto unitario, olografo e sotto il controllo di Odone da Metz che se da un lato si pone in continuità con il passato, dall'altro introduce elementi originali rielaborando alcuni stilemi della sua cultura armena di provenienza. Questa teoria si fonda soprattutto sullo studio delle unghie coniche dell'ambulacro superiore, struttura unica nel suo genere nel panorama dell'architettura occidentale tardoantica e alto-medievale e invece rintracciata in alcune chiese armene del VII secolo. Oltre alle implicazioni di carattere puramente architettonico, quest'ipotesi influenza fortemente anche la storia del pensiero geometrico. Infatti se le conoscenze dell'epoca di Odone fossero quelle tramandate dalle sole fonti scritte, le volte coniche della Cappella Palatina sarebbero inspiegabili data la loro complessità. Ciò suggerisce che la geometria medievale fosse più avanzata di quanto la storiografia tradizionale ammette, con insegnamenti orali e pratiche fissati non su pergamena, ma sulla pietra stessa.

Parole chiave: volte coniche, volte a tromba, stereotomia alto-medievale, Cappella Palatina di Aachen, geometria pratica medievale.

Quando sul finire dell'VIII secolo, rompendo con la tradizione germanica che voleva la corte itinerante, Carlo Magno decide di stabilire la

sedes regia del neonato Sacro Romano Impero presso l'antica *Aquae Granni*, si manifesta l'esigenza di realizzare un nuovo complesso



1/ *Pagina precedente*. Cattedrale di Aachen. La nuvola di punti complessiva (elaborazione di Carlo Bianchini). Previous page. *Aachen Cathedral. The overall points cloud* (by Carlo Bianchini).

2/ Cattedrale di Aachen. Sezione orizzontale della nuvola di punti complessiva (elaborazione di Carlo Bianchini). *Aachen Cathedral. Horizontal section of the overall points cloud* (by Carlo Bianchini).



palatino in grado non solo di ospitare le varie funzioni connesse con le attività di governo ma anche di esplicitare la portata della *renovatio* politica, religiosa e culturale avviata dall'Imperatore [Falkenstein 1991; Polanichka 2009]. La Cappella Palatina attualmente incastonata nella Cattedrale di Aachen [Buchkremer 1955] è dunque non solo testimone silenzioso di questo snodo cruciale della storia dell'Europa occidentale ma anche il manifesto di un nuovo linguaggio architettonico capace di tenere assieme le tradizioni romana e bizantina senza tuttavia rinunciare a presentarsi come l'espressione originale di una nuova epoca [Kleinbauer 1965; Bosman 2012; Müller 2014].

L'incipit del progetto carolingio non può non inquadrarsi nel contesto delineato da Richard Krautheimer: «*Among the great number of edifices erected throughout the Middle Ages with the intention of imitating a highly venerated prototype, one group is particularly suitable for establishing the nature of a mediaeval copy: the imitations of the Holy Sepulchre at Jerusalem*» [Krautheimer 1942, p. 3]. È bene tuttavia chiarire che il concetto di "copia" proposto dallo storico tedesco, suggestivo e sostanzialmente condivisibile, non costituisce il centro del nostro lavoro né lo è il vasto apparato simbolico evocato dalla Cappella Palatina su cui molti studiosi si sono già con successo applicati [Kühnel 2016; Ramírez-Weaver 2017].

Il nostro interesse si concentra piuttosto sull'edificio architettonico preso in esame sia in quanto "sintesi" tra progetto e costruzione, sia in quanto "fonte documentale" nello specifico ambito della stereotomia e della geometria medievale. In questo quadro, bisogna per prima cosa osservare che, nonostante le imponenti stratificazioni derivanti dall'aggiunta del Coro gotico [Knopp 2012] e da alcuni più modesti ampliamenti di epoca successiva [Siebigs 2000], questo capolavoro dell'architettura alto-medievale è giunto fino a noi conservando quasi intatti i caratteri del suo primo nucleo carolingio rendendo così ancora possibile una lettura affidabile dei suoi singoli brani.

Lettura che, combinando il vasto apparato documentale e bibliografico sedimentato nei secoli con i nuovi dati metrici acquisiti nel corso di una sistematica campagna di rilevamento¹ [Pritchard et al. 2023] (figg. 1, 2), sta consentendo non solo di riconsiderare gli studi precedenti alla luce delle nuove acquisizioni ma soprattutto di proporre ipotesi innovative rispetto ad alcune caratteristiche della fabbrica per varie ragioni rimaste ai margini della ricerca o addirittura ignote.

Appartiene certamente a quest'ultima categoria il sistema voltato degli ambulatori che circondano lo spazio centrale a tripla altezza della Cappella Palatina carolingia. Questa cintura si articola come è noto su due livelli:

however, renouncing its role as the original expression of a new age [Kleinbauer 1965; Bosman 2012; Müller 2014].

The incipit of the Carolingian project falls within the context described by Richard Krautheimer: «*Among the great number of edifices erected throughout the Middle Ages with the intention of imitating a highly venerated prototype, one group is particularly suitable for establishing the nature of a medieval copy: the imitations of the Holy Sepulchre at Jerusalem*» [Krautheimer 1942, p. 3]. That said, the evocative and basically shareable concept of 'copy' proposed by the German historian is not the focus of our study, nor is the extensive symbolic design of the Palatine Chapel, successfully examined by so many scholars [Kühnel 2016; Ramírez-Weaver 2017].

Instead our interest lies in the architecture of the building in question, not only as a 'synthesis' between design and construction, but also as a 'documentary source' in the specific field of stereotomy and medieval geometry.

Having set the scene, we should point out that despite the imposing stratifications pursuant to the addition of the Gothic Choir [Knopp 2012] and several more modest enlargements in later years, this early medieval masterpiece has survived to the present day with almost all of the architectural features of its initial Carolingian nucleus, thus making it possible to reliably interpret each individual element. Said interpretation combines the extensive documentary and bibliographical material sedimented over the centuries with the new metric data acquired during a systematic survey campaign¹ [Pritchard et al. 2023] (figs. 1, 2), thus allowing us to not only reconsider previous studies on the basis of the new acquisitions, but above all propose innovative hypotheses regarding several characteristics of the building which, for various reasons, have either remained on the sidelines, or have been ignored.

The vaulted system of the ambulatory surrounding the triple-height central hall of the Carolingian Palatine Chapel undoubtedly belongs to this latter group. We all know that this encirclement spans two storeys: the first floor has a series of cross vaults resting on trapeze and triangles, instead the second has

3/ Schema delle volte degli ambulacri al piano terra (a sinistra) e al primo livello (a destra) della Cappella Palatina, con indicazione del settore analizzato (elaborazione di Carlo Bianchini).

Layout of the vaults of the ambulacra on the ground floor (left) and first floor (right) of the Palatine Chapel, indicating the analysed sector (by Carlo Bianchini).

4/ Vista della nuvola di punti del settore analizzato della Cappella Palatina con sovrapposta la superficie del cono (elaborazione di Carlo Bianchini).

The points cloud in the sector analysed in the Palatine Chapel with superimposition of the surface of the cone (by Carlo Bianchini).

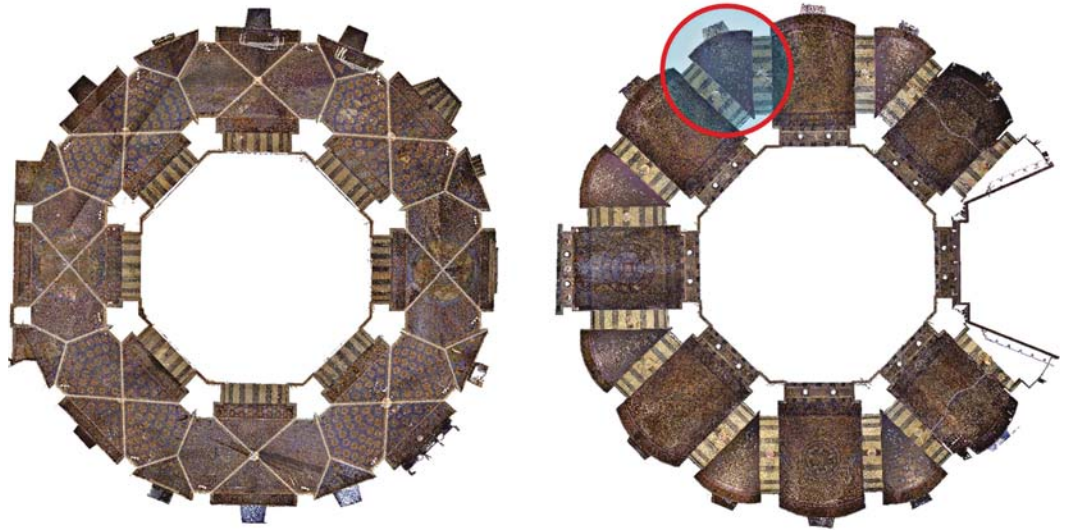
rampant vaults alternatively resting on bases that are either quadrangular or triangular (fig. 3).

As demonstrated in the recent past, the triangular panels on the second floor are conical vaults radially arranged so that the axis is aligned with the centre of the octagon and the directrix rests on a vertical circular arc placed on one side of the hexadecahedron that defines the outermost perimeter of the Palatine Chapel [Attenni et al. 2023]. Since it is an early medieval building, these characteristics alone are enough to render the solution unique, not only vis-à-vis the form and composition that were adopted during that period (and other periods), but also the history of building techniques and stereotomy. In actual fact, our findings point to a much broader scenario involving not only architecture, but the development of geometric thinking during the so-called 'dark ages'. So let's start with the geometric findings resulting from the data acquired during the campaigns performed in 2022 and 2023. First of all, we are not dealing with a 'truncated' cone (i.e., delimited by two curved sections), but rather with a 'pitch' cone, i.e., a surface delimited on one side by the directrix and on the other by the vertex.² While the former, as mentioned earlier, rests on the vertical of the side of the sixteen-sided outer polygon, the vertex rests on the edge it has in common with the vertical walls of the Palatine Chapel that delimit the triangular panel (figs. 3, 4).

So, not only is it a conical surface, but a cone whose vertex is also part of the building, acting as the final part of the panel. Furthermore, its axis is not horizontal, but inclined, since the vertex is placed further up compared to the spring line of the arch acting as a directrix. In other words, it is not a right circular cone (fig. 5).

The conical vaults of the Palatine Chapel are therefore an intriguing anomaly which, however is not mentioned in any of the albeit numerous studies that have been performed, probably due to a lack of reliable data and suitable interpretation tools.

This is why they immediately caught our attention and quickly became the focus of a systematic research aimed at discovering the



il primo caratterizzato da una successione di volte a crociera impostate su trapezi e triangoli, il secondo invece da un'alternanza di volte rampanti che si innalzano da basi ora quadrangolari ora triangolari (fig. 3).

Come è stato già dimostrato, le unghie triangolari del secondo livello si presentano come volte coniche appaie radialmente in

modo che l'asse risulti allineato con il centro dell'ottagono e la curva direttrice insista su un arco di circonferenza verticale posto in corrispondenza di un lato dell'esadecadro che definisce il perimetro più esterno della Cappella Palatina [Attenni et al. 2023].

Trattandosi di una fabbrica alto-medievale, già queste caratteristiche basterebbero a ren-



5/ La superficie conica e le sue linee principali sovrapposta alla nuvola di punti (elaborazione di Marika Griffò).

The conical surface and its main lines superimposed on the points cloud (by Marika Griffò).

dere più che singolare la soluzione adottata sia in relazione al panorama formale-compositivo del tempo (e non solo) sia nel quadro della storia delle tecniche costruttive e della stereotomia.

In realtà, le evidenze emerse da questo studio sembrano delineare uno scenario di portata assai più vasta che abbraccia non solo l'architettura ma anche lo sviluppo del pensiero geometrico nel corso dei cosiddetti "secoli bui". Partiamo allora proprio dalle evidenze geometriche che derivano dai dati acquisiti nelle campagne del 2022 e 2023.

Innanzitutto non abbiamo a che fare con un "tronco" di cono (ossia con una porzione delimitata da due sezioni curve) ma piuttosto con una "falda" di cono. In altre parole, si tratta di una superficie delimitata da un lato dalla curva direttrice e dall'altro dal vertice². Mentre la prima insiste come detto sulla verticale del lato del poligono esterno a 16 lati, il vertice giace sullo spigolo comune alle pareti verticali della Cappella Palatina che delimitano l'unghia triangolare (figg. 3, 4).

Non solo si tratta di una superficie conica, dunque, ma addirittura di un cono il cui ver-

tice fa parte della fabbrica come terminale dell'unghia. Inoltre, il suo asse non è orizzontale ma inclinato essendo il vertice posto più in alto rispetto al piano d'imposta dell'arco che funge da direttrice. In altre parole, non si tratta di un cono circolare retto (fig. 5).

Le volte coniche della Cappella Palatina rappresentano pertanto un'intrigante anomalia di cui però non si ha traccia nei pur numerosi studi precedenti, probabilmente anche per mancanza di dati affidabili e idonei strumenti di lettura.

Esse hanno per questo attratto immediatamente la nostra curiosità divenendo ben presto il centro di una sistematica attività di ricerca tesa a mettere a fuoco il significato, l'origine e le conoscenze che a quest'anomalia si accompagnano.

Queste alcune delle questioni fondamentali a cui abbiamo cercato di dare risposta:

- la soluzione architettonica che impiega volte coniche è casuale o intenzionale?
- qual è l'origine (nello spazio e nel tempo) di questa soluzione?
- quali sono le conoscenze geometriche e le nozioni tecniche che questa soluzione implica?

Un atto intenzionale?

Una possibile risposta alla prima domanda non può che venire dalla Cappella Palatina stessa attraverso una lettura "compositiva" che metta in luce le matrici che il progettista, concordemente identificato con Odone da Metz³, sembra aver utilizzato per definirne la forma, la funzione e la combinazione dei suoi spazi.

Come già ben illustrato da Bruno Schindler [Pieper, Schindler 2017], la Cappella propone un'articolazione verticale a più livelli sia per la cintura esterna degli ambulatori sia per l'ottagono centrale (figg. 6, 7). A questa segmentazione in alzato si aggiunge una sequenza tutta orizzontale che, livello per livello, distingue zone via via meno "pubbliche" dall'ingresso verso le aree riservate ai celebranti.

Secondo questo schema è pertanto possibile identificare al piano terra un ambulacro radiale composto da una successione di ambienti poligonali alti un piano (probabilmente riservati ai fedeli come in una chiesa parrocchiale; figg. 6, 7 in blu e azzurro) con-

meaning and origin of this anomaly, as well as the knowledge associated with it.

These were some of the key questions for which we tried to find answers:

- *is the use of conical vaults as an architectural solution random or intentional?*
- *what is the origin (in time and space) of this solution?*
- *what are the geometric rules and technical notions involved in this solution?*

An intentional act?

One possible answer to the first question can only come from the Palatine Chapel itself, based on a 'compositional' interpretation revealing the matrices ostensibly used by the designer (identified by common consent in Odo of Metz³) to create the form, function, and combination of its spaces.

As finely illustrated by Bruno Schindler [Pieper, Schindler 2017], the Chapel has a multi-storey vertical pattern for both the outer circle of the ambulacra and the central octagon (figs. 6, 7). A completely horizontal sequence is added to this segmented elevation; level by level, the sequence marks areas that are gradually less 'public', from the entrance to the ones reserved for the celebrants.

Using this schema we identified a radial ambulacrum on the ground floor – a sequence of one-storey-high polygonal areas (probably reserved for the faithful, similar to a parish church; figs. 6, 7 in blue and light-blue) – juxtaposed against a triple-height space within the central octagon, reserved for the clerics (figs. 6, 7 in green).

Due to the central void on the upper floor, the plan involved placing the sector reserved for the emperor next to the Westwerk, while the rest of the ambulacrum was probably intended for members of the court. Instead the altars on both levels (figs. 6, 7 in red) were positioned directly opposite the Westwerk and could both be seen from the imperial throne.

The two levels of polygonal crowns that appear to have similar characteristics are located around the triple-height octagonal space. Their properties, however, differ. In fact, the one on the ground floor presents the classical centripetal layout of a central plan building where both the walkways and the quality



61/71 In questa pagina e in quella successiva. L'organizzazione dei vari spazi della Cappella Palatina secondo Bruno Schindler: la zona riservata ai fedeli (blu e azzurro) e ai chierici (in verde) al piano terra; l'ottagono dell'oratorio imperiale (arancione); l'area al primo piano riservata alla corte (giallo); i santuari sui due livelli (in rosso) (elaborazioni di Marika Griffio).

In this page and the following. *The organisation of the spaces in the Palatine Chapel according to Bruno Schindler: the area for the faithful (blue and light blue) and the clerics (green) on*

the ground floor; the octagon of the imperial oratory (orange); the area on the first floor reserved for the court (yellow); the sanctuaries on both floors (red) (by Marika Griffio).



of the spatial components jointly encourage people's attention to shift from the outer areas towards the centre (fig. 8).

In the chapel this effect is skilfully accentuated not only by the low section of the ambulacrum in semidarkness (juxtaposed against the immense, luminous 'well' of the dome), but also by the continuity of the annular ceiling without appreciable projecting elements.

Vice versa, the space of the ambulacrum on the second floor is very discontinuous due to the massive polygonal piers of the internal crown and low arches delimiting the vaulted sectors (fig. 9). This creates a marked rhythm, both in the plan and elevation, in which rectangular areas facing the central void alternate with what are basically blind triangular segments. While the former look like a typical system of radial chapels, the latter effectively act as transition elements capable of connecting as well as compartmentalising the spaces.

Given this pattern, an observer looking out from the upper ring is immediately 'sucked' into the void of the octagon, finally succeeding in finding a foothold (only after having overstepped it) in the section at the opposite end of the ambulacrum. In this, the perceptive matrix of the first floor is decidedly centrifugal.

trapposti a uno spazio a tripla altezza interno all'ottagono centrale riservato invece ai chierici (figg. 6, 7 in verde).

Al piano superiore, dato il vuoto centrale, lo schema distributivo prevedeva il settore addossato al Westwerk riservato all'imperatore mentre il resto dell'ambulacro era probabilmente destinato a ospitare i componenti della corte. Diametralmente opposti al Westwerk, su entrambi i livelli erano invece collocati gli altari (figg. 6, 7 in rosso) che risultavano entrambi visibili dal trono imperiale.

Attorno allo spazio ottagonale a tripla altezza, pertanto, si articolano due livelli di corone poligonali che sembrano avere caratteristiche simili.

In realtà esse mostrano proprietà alquanto diverse. Quella del piano terra, infatti, presenta la classica impostazione centripeta di un edificio a pianta centrale dove sia le percorrenze che la qualità delle varie componenti spaziali concorrono a spingere l'attenzione dalla periferia verso il centro (fig. 8).

Nel caso specifico questo effetto è sapientemente accentuato tanto dalla bassa sezione in penombra dell'ambulacro (contrapposta allo smisurato e luminoso "pozzo" della cupola) quanto dalla continuità del soffitto anulare privo di risalti apprezzabili.

Al secondo piano, viceversa, lo spazio dell'ambulacro risulta fortemente discontinuo per

effetto dei massicci pilastri poligonali della corona interna e dei bassi archi che delimitano i vari settori voltati (fig. 9). Viene così a crearsi un ritmo marcato sia in pianta che in alzato in cui ambienti rettangolari affacciati sul vuoto centrale si alternano a spicchi triangolari sostanzialmente ciechi. Mentre gli uni assumono la veste di un tipico sistema di cappelle radiali, gli altri fungono di fatto da elementi di transizione capaci sia di connettere che di compartimentare i vari spazi. In questo schema, un osservatore che si affacci dall'anello superiore viene immediatamente "risucchiato" nel vuoto dell'ottagono riuscendo infine a trovare, solo dopo averlo scavalcato, un qualche approdo nella sezione diametralmente opposta dell'ambulacro. In questo senso la matrice percettiva del primo livello è caratterizzata da un marcato carattere centrifugo.

Lo spazio della Cappella Palatina si dimostra pertanto estremamente dinamico sotto la spinta delle tensioni contrapposte degli ambulacri che trovano solo nell'ottagono centrale una loro instabile composizione. Ma questo sofisticato carattere difficilmente può essere spiegato senza ammettere che la Cappella Palatina sia il prodotto di un programma estremamente chiaro nella mente del progettista che rigorosamente calibra il ruolo, la forma e il funzionamento delle varie componenti



architettoniche proprio in funzione del suo perseguimento. Di tale programma anche le unghie triangolari da cui siamo partiti (e a cui ritorneremo a breve) devono evidentemente essere in qualche modo parte.

Lunette

Sempre con l'obiettivo di valutare il grado di intenzionalità del progettista, il problema successivo da affrontare consiste allora nel verificare quali soluzioni tecniche un architetto dell'epoca avesse a disposizione e se e in quale misura tra queste rientrassero strutture basate sulla geometria del cono.

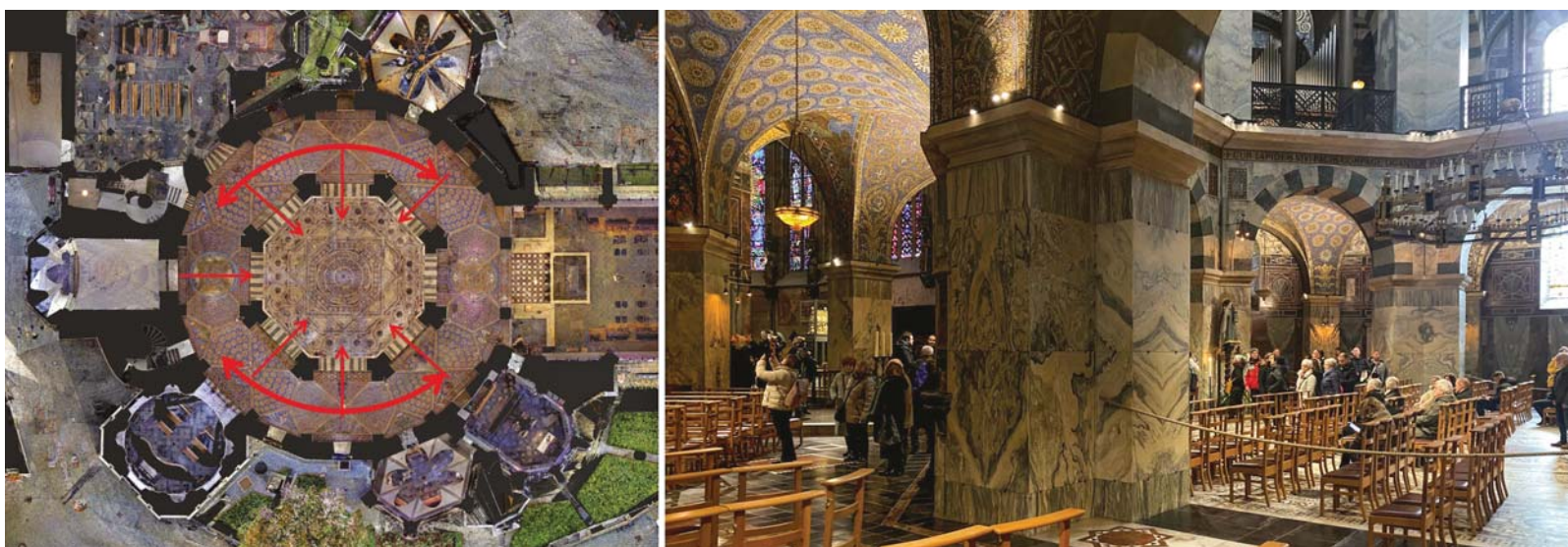
La copertura voltata di spazi a pianta triangolare non rappresenta di certo una novità nel quadro dell'architettura antica e medievale. Questo problema, di fatto, si presenta ogni qualvolta si abbia a che fare con quella famiglia di unghie a pianta triangolare dal cui assemblaggio deriva un vastissimo repertorio di apparati voltati.

Tipicamente, un'unghia presenta tre elementi principali (fig. 10): un arco (generalmente verticale) che insiste sulla base del triangolo di imposta e due curve di norma piane poste sui piani verticali che passano per i lati di detto triangolo. Le curve, comunemente

The space of the Palatine Chapel reveals itself to be very dynamic due to the thrust of the juxtaposed tensions of the ambulacra that achieve their instable composition only in the central octagon. However, it is difficult to explain this sophisticated feature without admitting that the Palatine Chapel is the result of an extremely clear plan in the mind of the designer who meticulously calibrates the role, form and function of the architectural components in order to achieve his goal. The triangular panels we initially mentioned (and will return to shortly) obviously have to somehow be part of this design.

8/ Il carattere centripeto dell'ambulacro al piano terra della Cappella Palatina (elaborazione di Carlo Bianchini).
The centripetal flow of the ambulatory on the ground floor of the Palatine Chapel (by Carlo Bianchini).

9/ Il carattere centrifugo dell'ambulacro al primo piano della Cappella Palatina (elaborazione di Carlo Bianchini).
The centrifugal flow of the ambulatory on the first floor of the Palatine Chapel (by Carlo Bianchini).



Lunettes

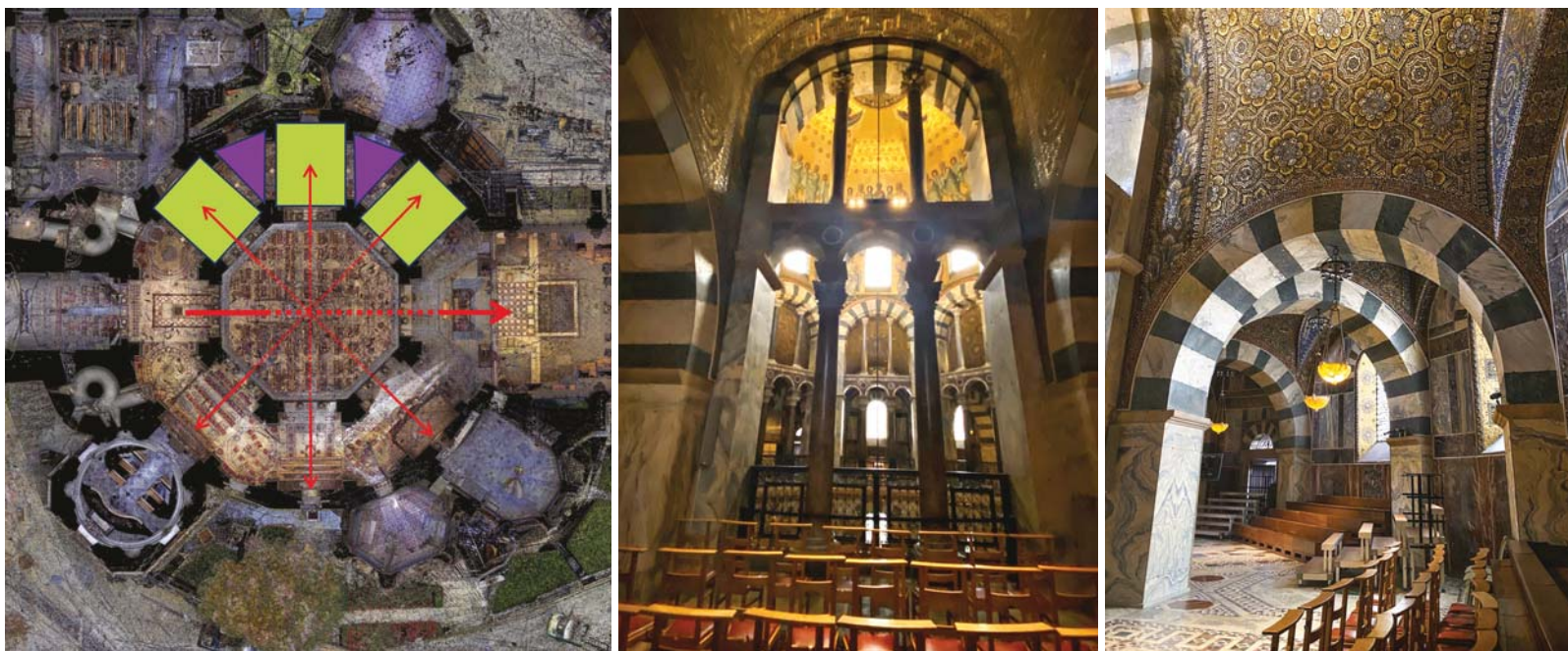
Continuing in our evaluation of the designer's intentions, the next aspect we needed to tackle was to verify the technical solutions available to a contemporary architect, and to what extent any structures based on the geometry of the cone were part of said solutions.

The vaulted ceiling of spaces with a triangular plan was certainly not a novelty

definite costoloni, si incontrano in un punto posto sulla verticale del vertice del triangolo d'imposta che dunque risulta anche il punto più alto della lunetta stessa. Questo schema si adatta a molte configurazioni diverse: a una comune volta a crociera, ad esempio, dove ciascuna unghia cilindrica risulta delimitata dal profilo del cilindro di cui fa parte e dai due semicostoloni che da esso salgono fino al cervello della volta. Ma anche a un caso

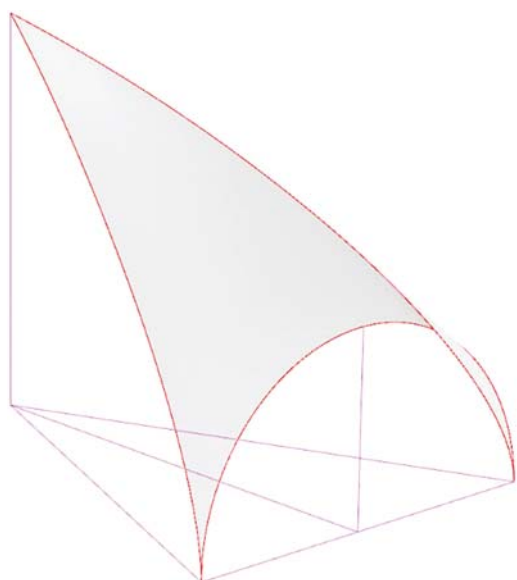
più complesso come quello che troviamo nell'ambulacro al piano terra della Cappella Palatina, in cui diverse unghie vengono adattate al mutevole andamento in pianta così da ricomporre uno spazio continuo almeno nei termini discussi nel paragrafo precedente (fig. 3 sinistra).

Se la geometria del perimetro delle unghie (arco, costoloni) è tutto sommato ricorrente, lo è meno quella della superficie risultante.



10/ Schema geometrico di una tipica unghia triangolare (elaborazione di Carlo Bianchini).

Geometric diagram of a typical triangular panel (by Carlo Bianchini).

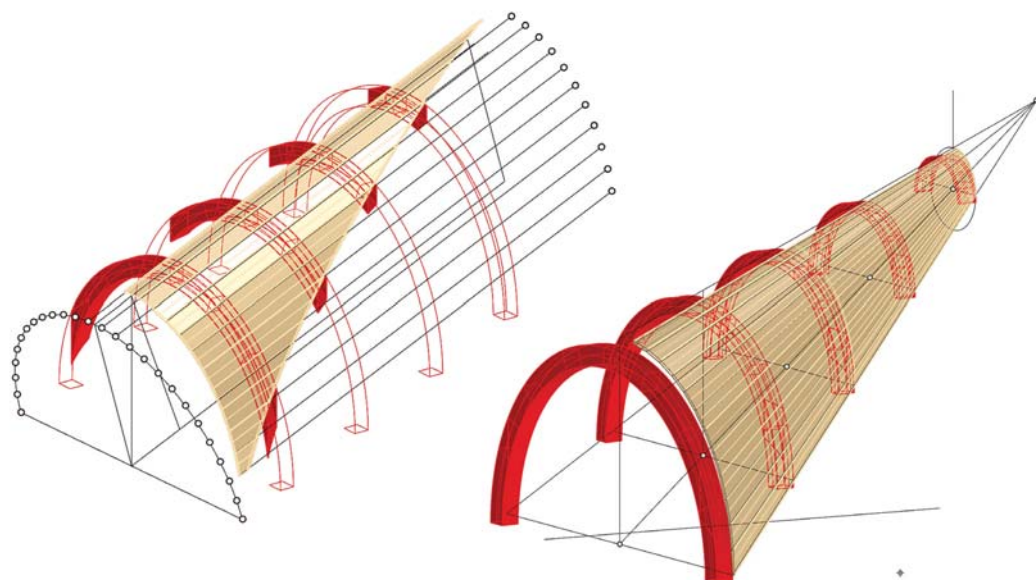


11/ Schema di centinature di una lunetta sferoidica (a sinistra) e di un'unghia conica (a destra) (elaborazione di Carlo Bianchini).

Diagram of the centring of a spheroidal lunette (left) and a conical panel (right) (by Carlo Bianchini).

12/ Simulazione della copertura con una lunetta sferoidica del settore circolare della Cappella Palatina (elaborazione di Carlo Bianchini).

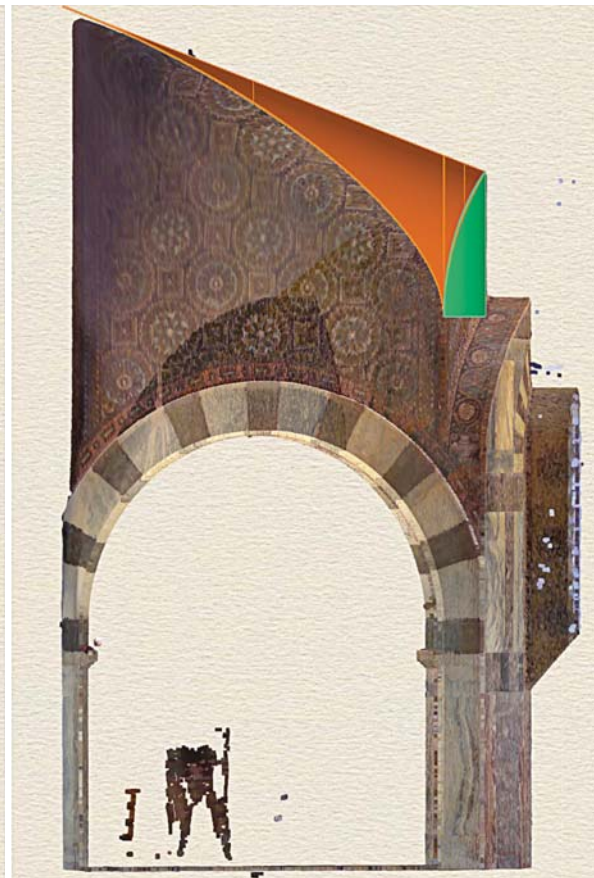
Simulation of the roof with a spheroidal lunette in the circular sector of the Palatine Chapel (by Carlo Bianchini).



Quest'ultima, infatti, se nel caso di una volta a crociera è rigorosamente cilindrica, in altri casi invece si presenta non immediatamente riconducibile a una primitiva standard. È questo il caso delle lunette sferoidiche che, come noto, traggono la loro aggettivazione dall'essere superfici a doppia curvatura e che per questo assomigliano più a una specie di sfera (sferoide appunto) che a un cilindro. Come ben sa chiunque abbia approcciato la costruzione con un modellatore 3D della superficie compresa tra arco e costoloni di una lunetta sferoidica, non esiste né una primitiva né un comando con i quali generare una soluzione che soddisfi tutti i vincoli (tangenze, curvature, continuità) che al contrario apprezziamo come naturali nell'osservare una lunetta ben fatta.

Ciò nondimeno, le unghie sferoidiche sono comunque riconducibili più alla geometria del cilindro che a quella della sfera: ma non in ragione di qualche pagina di un trattato sull'intersezione tra superfici, quanto piuttosto di quel sapere "pratico" che guida e sovrintende alla loro costruzione in cantiere dove, notoriamente, il discrimine non passa tanto dal rigore della soluzione adottata quanto dal suo livello di semplicità ed economicità.

In ossequio a questo principio, infatti, la costruzione di una lunetta sferoidica procede solitamente «disponendovi a traverso altrettante porzioni di centinature di volte a



botte adattate alle forme e alle dimensioni delle lunette» [Cavalieri San-Bertolo 1827]⁴. Tendenzialmente si "riciclano" dunque le

in ancient and medieval architecture. In fact, this problem had to be solved each time the design involved the group of triangular-plan

13/ Foto storica dell'apparecchiatura di uno degli spicchi triangolari, in alto (fotografia da Domschatzkammer Aachen); vista ravvicinata della tipologia muraria adottata nelle strutture carolingie della Cappella Palatina, in basso (foto di Carlo Bianchini).

Old photograph of one of the triangular wedges, top (photograph from Domschatzkammer Aachen); close-up of the wall type used in the Carolingian structures in the Palatine Chapel, bottom; (photograph by Carlo Bianchini).

panels which, when assembled, produce a very extensive repertoire of vaulted structures. A panel usually presents three main elements (fig. 10): an arch (usually vertical) resting on the base of the impost triangle and two generally flat curves placed on the vertical planes that pass through the sides of said triangle. The curves, commonly known as ribs, meet in a point on the vertical of the vertex of the impost triangle which, therefore, is also the highest point of the lunette. This schema can be applied to many different configurations: to a common groin vault, for example, where each cylindrical panel is delimited by the profile of the cylinder of which it is part and by the two semi-ribs that rise to the top of the panel. The schema can also be applied to a much more complex case, such as the one in the ambulatory on the ground floor of the Palatine Chapel, where several panels are adapted to the changing pattern in the plan, so as to recompose a continuous space, at least as concerns the terms discussed in the previous paragraph (fig. 3, left).

If the geometry of the perimeter of the panels (arch, ribs) is, all in all, recurrent, that of the ensuing surface is not. In fact, while in a groin vault the latter is strictly cylindrical, in other cases it is not immediately attributable to a standard primitive. This is the case of spheroidal lunettes; as we all know, the adjective spheroidal reflects the fact they have a double curvature surface and, for this reason, look more like a sort of sphere (spheroid) than a cylinder. As all those who have tried their hand at construction using a 3D modeller of the surface between the arch and the ribs of a spheroidal lunette, there is no primitive or command with which to generate a solution that satisfies all the constraints (tangencies, curvatures, continuities) which, on the contrary we appreciate as natural when we look at a well-built lunette.

Nevertheless, the spheroidal panels have more in common with the geometry of the cylinder than with that of the sphere: not because they are based on the page of a treatise focusing on the intersection between surfaces, but rather on the 'practical' knowledge that guides and oversees their construction on the worksite where the criterion is notoriously less linked to

centine circolari già disponibili in cantiere che potranno essere tutte uguali o di raggio decrescente mano a mano che ci si avvicina al vertice della lunetta (fig. 11, sinistra). Questa ottimizzazione nell'uso delle centine si trasferisce anche sulla costruzione del tavolato su cui poggia l'intradosso della volta che risulterà costituito da elementi rettangolari piani almeno da centina a centina. La lunetta "grezza" può dunque essere approssimata a una serie di sezioni cilindriche più o meno omogenee che saranno poi ricondotte alla continuità che comunemente apprezziamo mediante l'applicazione sapiente dello strato di finitura.



Questa soluzione rappresenta di fatto uno standard nella copertura di una lunetta triangolare e pertanto sarebbe stata la più probabile anche nel caso della Cappella Palatina (fig. 12). Tanto più nella prospettiva dei modelli come Santa Costanza a Roma, San Vitale a Ravenna o San Gereone a Colonia a cui la storiografia sostiene si possa essere ispirato l'architetto di Aachen.

Insieme alle questioni compositive già discusse, il fatto che ad Aachen troviamo invece applicata una soluzione diversa dallo standard rafforza anch'esso l'idea che essa derivi da una precisa volontà del progettista: in altre parole che non sia né casuale né frutto dell'applicazione di una regola consuetudinaria da parte delle maestranze in fase realizzativa.

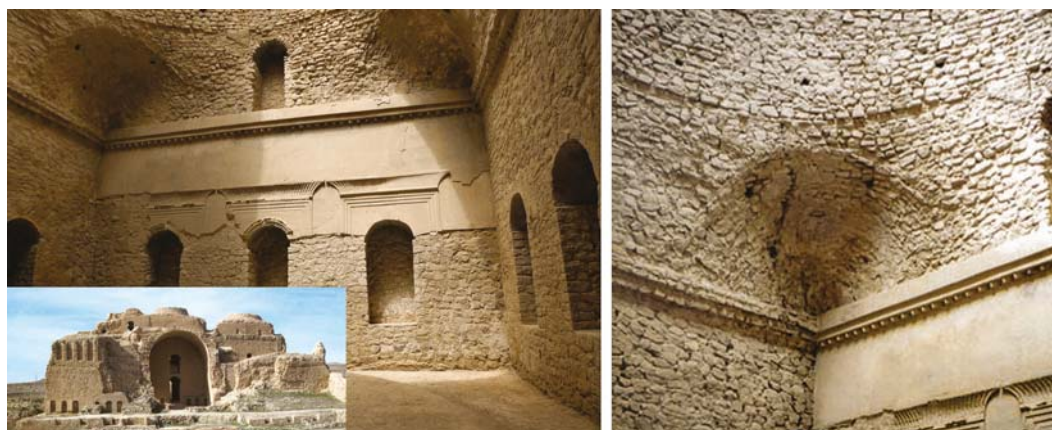
L'esame delle strutture provvisionali necessarie a costruire una simile unghia conica ne è prova convincente (fig. 11, destra). Al di là delle questioni concernenti la preparazione delle maestranze in cantiere, scegliere la soluzione conica comporta infatti un aggravio non piccolo dal punto di vista costruttivo. Per prima cosa, il riciclo delle centine esistenti appare più complicato che nel caso della lunetta sferoidica al punto da potersi ritenere che ad Aachen sia stato realizzato una sorta di "kit" da utilizzare solo per quelle specifiche unghie. Analogamente complicata è la realizzazione del tavolato che sosterrà l'apparecchiatura della volta: in questo caso infatti gli elementi non sono più rettangolari ma trapezoidali divenendo addirittura triangolari a ridosso del vertice. Giova a questo proposito ricordare che le unghie della Cappella Palatina terminano proprio nel vertice del cono e che la superficie che vediamo oggi è geometricamente conforme al sottostante intradosso grezzo come testimoniato dalle foto storiche che mostrano un'apparecchiatura in pietra e giunti di malta simile a quello che troveremmo in una volta a mattoni (fig. 13). Da quanto illustrato possiamo dunque giungere alle seguenti conclusioni:

- la soluzione conica rappresenta una novità rispetto allo standard consolidato;
- essa non offre alcun vantaggio in termini di costruzione e anzi implica la realizzazione di centine ad hoc e una probabile "formazione"

14/ La soluzione conica del palazzo di Ardashir Pāpakan costruito nel sud dell'Iran all'inizio del III secolo (foto: Aliparsa - Own work, Public Domain, <<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2008229>>; Атаман Павлюк - Own work, CC BY-SA 3.0, <<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=22649035>>; <https://madainproject.com/palace_of_ardashir>).

The conical solution used in the Palace of Ardashir Pāpakan built in southern Iran in the early 3rd century (photographs: Aliparsa - Own work, Public Domain, <<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2008229>>; Атаман Павлюк - Own work, CC BY-SA 3.0, <<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=22649035>>; <https://madainproject.com/palace_of_ardashir>).

wikimedia.org/w/index.php?curid=2008229>; Атаман Павлюк - Own work, CC BY-SA 3.0, <<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=22649035>>; <https://madainproject.com/palace_of_ardashir>).



ex-novo delle maestranze che abitualmente risolvono il problema in altro modo. Entrambe le considerazioni rafforzano l'ipotesi che le unghie coniche siano il frutto di una decisione propria del progettista che forse si trova addirittura a imporla alle maestranze notoriamente riluttanti a intraprendere lavorazioni più onerose, più costose e per le quali comunque non possano vantare una consolidata esperienza.

La pista armena

Rimane fuori da questi ragionamenti un aspetto fondamentale: da dove proviene questa inedita soluzione?

A questo proposito la storia dell'architettura tardo-antica e alto-medievale non è prodiga di tracce e quelle che emergono con maggiore facilità non appaiono molto rilevanti in questo caso⁵. Ciò nondimeno, siamo in qualche modo riusciti a rintracciare una sequenza che sembra legare alcune strutture coniche (se non uguali assimilabili al caso di Aachen) a un sapere costruttivo che Odone di Metz potrebbe aver conosciuto e quindi applicato originalmente nella Cappella Palatina.

L'infruttuosa ricerca bibliografica e documentale che ha abbracciato con particolare cura l'architettura occidentale dal I al X secolo ci ha infatti costretto ad allargare il campo di indagine e quindi a percorrere strade non immediatamente evidenti quando non addirittura preliminarmente scartate.

Abbandonato (almeno temporaneamente) il lavoro in biblioteca, la prima fase di questa

ricerca piuttosto erratica mirava a identificare innanzi tutto strutture coniche in qualche modo simili a quelle di Aachen sondando sistematicamente pagine e database disponibili sul web.

A fronte di innumerevoli risultati non rilevanti, una pagina Wikipedia⁶ (sì, proprio Wikipedia...) ha infine catturato la nostra attenzione poiché conteneva la foto di una struttura conica orizzontale utilizzata come sostegno/raccordo angolare di una cupola in pietra impostata su pianta quadrata. Si trattava della pagina dedicata alle cosiddette *squinches* ossia a quella tipologia di volte non certo sconosciuta e spesso impiegata in diverse costruzioni di epoca romanica⁷ che in italiano vanno sotto il nome di volte o pennacchi a tromba.

Tuttavia l'edificio ritratto (fig. 14), corrispondente al Palazzo di Ardashir Pāpakan costruito nel sud dell'Iran all'inizio del III secolo, se da un lato costituiva un primo, chiaro esempio di struttura antecedente assimilabile geometricamente e costruttivamente a quella di Aachen, dall'altro non lasciava molto spazio alla speranza quanto a un collegamento con la Cappella Palatina data la considerevole distanza sia temporale che geografica.

Ciò nondimeno, lavorando ancora sull'area medio-orientale sono successivamente emersi più di un esempio di chiese con pennacchi a tromba utilizzati come raccordo tra il quadrato della crociera e l'imposta ottagonale della cupola sovrastante. Alcune di queste erano databili intorno all'VIII secolo e si trovavano nell'area dell'antica Armenia⁸ (fig. 15).

the strictness of the adopted solution, but more to its level of simplicity and cost-effectiveness. In fact, according to this principle, the construction of a spheroidal lunette normally proceeds "by placing crosswise the same number of portions of barrel vault centring adapted to the forms and dimensions of the lunettes" [Cavalieri San-Bertolo 1827].⁴ The tendency is to 'recycle' the circular centring already available at the worksite; they can either all be the same, or have a decreasing radius the closer they are to the vertex of the lunette (fig. 11, left). This optimised use of centring is also adopted to build the planking supporting the intrados of the vault, which is made up of flat rectangular elements, at least from centring to centring. The 'rough' lunette can be likened to a series of more or less homogeneous cylindrical sections which are then turned into the seamless surface we see after the finishing layer is skilfully applied. This solution is in fact a standard applied to the ceiling of a triangular lunette and would therefore be the most probable, also in the Palatine Chapel (fig. 12). All the more so in the perspective of the models such as Santa Costanza in Rome, San Vitale in Ravenna or San Gereon in Cologne; historiography believes that the latter could have inspired the architect in Aachen.

Apart from the compositional issues discussed earlier, the fact that a non-standard solution was used in Aachen also reinforces the idea that this was exactly what the designer intended. In other words, it is neither random nor the outcome of a conventional rule applied by the workmen during construction.

One convincing piece of evidence was discovered after examining the temporary structures required to build this kind of conical panel (fig. 11, right). Apart from issues regarding the expertise of the labourers employed on the worksite, choosing the conical solution involves a quite hefty additional burden as regards its construction. First of all, recycling existing centring is more complicated than for the spheroidal lunette; so much so that we believe a sort of 'kit' was created in Aachen and used only for those panels. Constructing the planking that was to support the stonework of the vault was

15/ Alcuni esempi di pennacchi a tromba nelle chiese armene di Odzun (a sinistra) e di S. Astvatsatsin a Talin (a destra) databili intorno al VII secolo (foto: Rita Willaert - <<https://www.flickr.com/photos/rietje/2931193595/>>, CC BY 2.0, <<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=6950747>>; Nina Stoessinger - <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/3f/Talin_chapel.jpg>, CC BY-SA 2.0, <<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=7848693>>).

Some examples of squinches in the Armenian churches of Odzun (left) and of S. Astvatsatsin in Talin (right) both going back to the VII century CE (pictures: Rita Willaert - <<https://www.flickr.com/photos/rietje/2931193595/>>, CC BY 2.0, <<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=6950747>>; Nina Stoessinger - <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/3f/Talin_chapel.jpg>, CC BY-SA 2.0, <<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=7848693>>).

just as complicated; in fact, in this case the elements are no longer rectangular but first trapezoidal and then triangular close to the vertex. We should mention that the panels in the Palatine Chapel end in the vertex of the cone, and that the surface we see today is geometrically compliant with the rough intrados underneath. In fact, old photographs show stonework and mortar joints similar to the ones found in a brick vault (fig. 13).

From the information provided here we can reach the following conclusions:

- the conical solution is a novelty compared to the consolidated standard;

- it provides no advantages in terms of construction, on the contrary it required building ad hoc centring and a probable, completely new kind of 'training' of the workmen who usually used a different solution to solve the problem.

Both considerations reinforce the hypothesis that the conical panels were a personal decision by the designer who perhaps had to impose it on the workmen, famous for being reluctant to undertake more burdensome and more expensive work because they were unable to boast that they had long-accrued experience in this matter.

The Armenian trail

One crucial aspect is not part of our reasoning: what inspired this unusual solution?

On this issue, the history of late-ancient and early-medieval architecture provides very few clues, and the ones that emerge more easily do not appear to be relevant in this case.⁵

Nevertheless, we somehow managed to track down a sequence that appears to link several conical structures (that are not identical, but similar to those in Aachen) to the knowledge about construction that Odo of Metz may have been familiar with – something he then applied in an original manner in the Palatine Chapel.

Our unsuccessful bibliographical and documentary research focusing in particular on western architecture from the 1st to the 10th century forced us to broaden our field of investigation, spreading out in directions that were either not immediately obvious, or had been previously dismissed.

Tali strutture mostravano pertanto una indubbia compatibilità temporale con le volte di Aachen ma soprattutto suggerivano finalmente una connessione credibile con Odone da Metz.

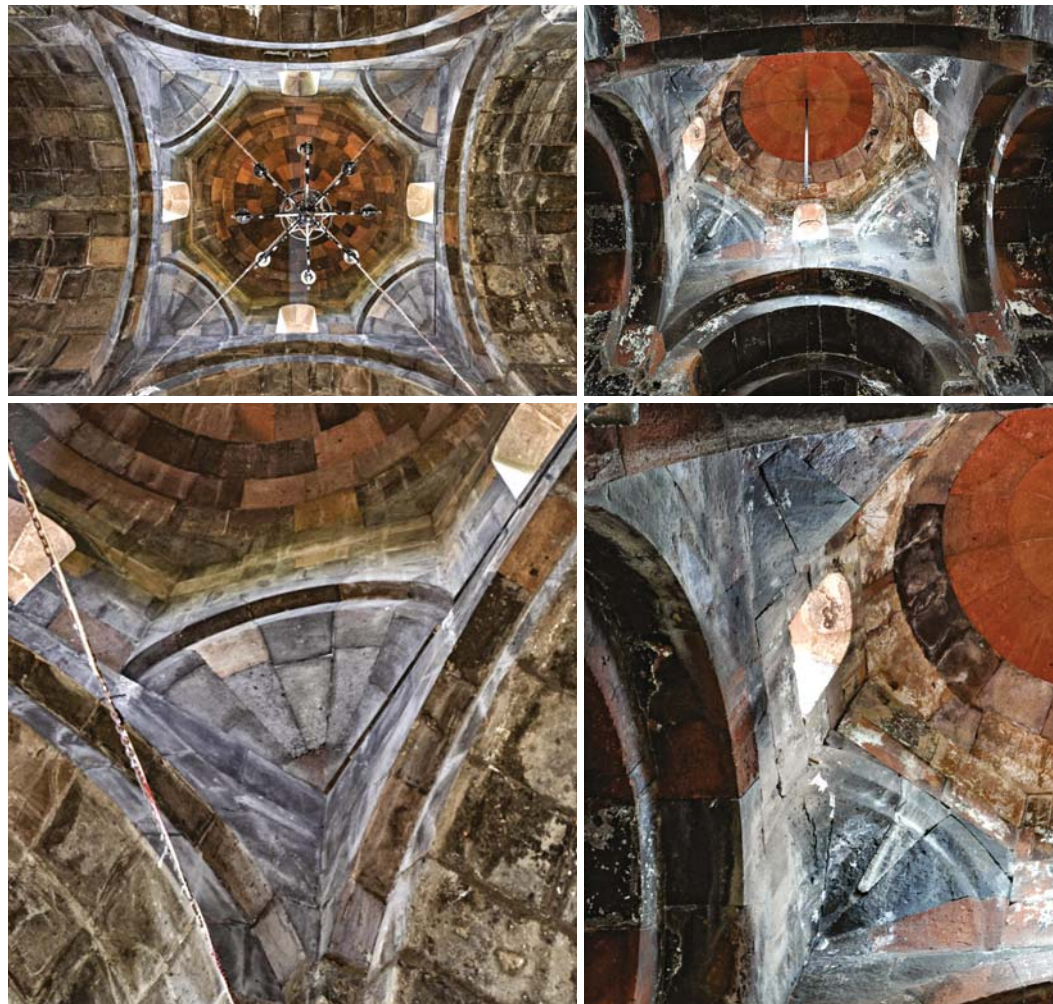
Infatti, nel quadro della fondata ipotesi di un'influenza armena su alcune costruzioni dell'VIII secolo presenti in Europa occidentale [Gilbert 1964; Henry 1965], più di uno studioso sostiene che Odone stesso avesse origini armene [Dézélys 1989; Chevalier 2019; Yevadian 2020; Gurégghian 2020] sebbene una tale provenienza non pare potersi affermare con assoluta certezza [Keuerleber 2014; Chevalier, 2019].

Con tutte le precauzioni del caso, dunque, prende corpo un'intrigante suggestione: l'armeno Oton Matsaetsi a noi noto come Odone

da Metz, progettista della Cappella Palatina, essendo a lui nota la soluzione del raccordo a tromba o per esperienza diretta o in quanto elemento del background tecnico-formale derivante dalla sua cultura architettonica originaria, sceglie di utilizzarla "creativamente" per risolvere il problema dell'ambulacro di Aachen.

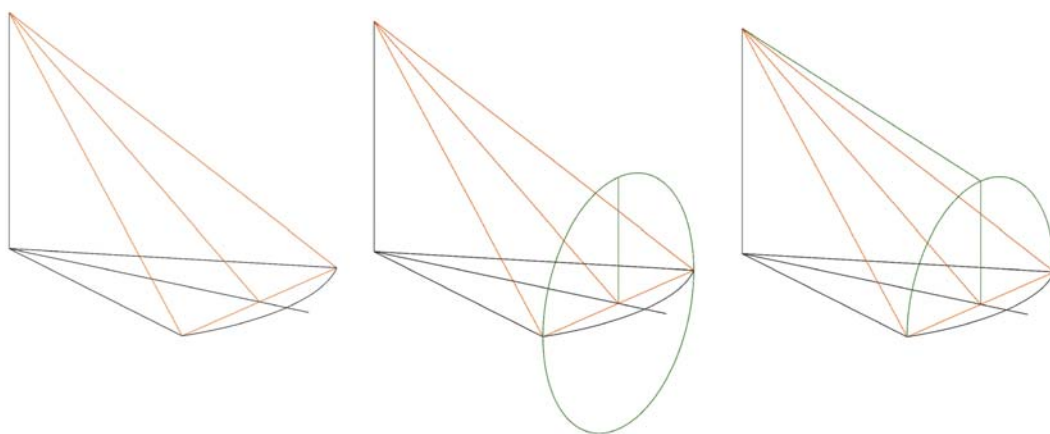
Questa possibilità, oltre a essere coerente con quanto discusso finora circa la piena consapevolezza del progettista, potrebbe suggerire che Odone abbia deciso addirittura di "citare" in questo modo uno stilema a lui caro.

Tuttavia, l'adattamento necessario per trasformare una volta a tromba nelle unghie di Aachen non è certo di poco conto sia dal punto di vista compositivo che costruttivo. Quanto al primo aspetto, la volta della



16/ Gli elementi geometrici fondamentali
nella trasformazione di un pennacchio a tromba
nella volta conica della Cappella Palatina
(elaborazione di Carlo Bianchini).

*The fundamental geometric elements used to transform
a squinch in the Palatine Chapel (by Carlo Bianchini).*



Cappella Palatina oltre a essere rampante è per così dire “montata al contrario” rispetto al classico pennacchio a tromba dato che il vertice del cono punta verso il centro e non verso l'esterno della fabbrica. Tuttavia è l'aspetto puramente geometrico ad apparire più interessante.

Se da un lato possiamo semplicemente considerare la volta della Cappella Palatina come una versione inclinata di un pennacchio a tromba (fig. 16), dall'altro non possiamo ignorare come questa modifica comporti una serie di complicazioni geometriche che male si conciliano con quello che, sulla base delle scarissime fonti scritte disponibili, tradizionalmente la storiografia ritiene essere il livello del sapere geometrico occidentale tra il VII e VIII secolo [Chasles 1837; Beaujourn 1966; Boyer 1968] e in particolare quello presumibilmente noto nell'ambito della corte carolingia [Butzer 1982, Butzer 1995].

Illuminante è a questo proposito la definizione di cono proposta da Isidoro da Siviglia nelle sue celeberrime *Etimologie* redatte all'inizio del VII secolo e che costituiscono una delle opere di riferimento per la geometria e le altre materie che componevano il cosiddetto *quadrivium*⁹ in epoca alto-medioevale (fig. 17): «Il cono è una figura larga alla base e stretta alla sommità, come l'orthogonion»¹⁰.

Se dunque l'opera scritta fosse realmente corrispondente alle conoscenze disponibili all'epoca di Odone, allora le volte coniche della Cappella Palatina, per complessità e raffinatezza, risulterebbero sostanzialmente

inspiegabili. La loro superficie, infatti, implica una piena padronanza delle relazioni tra vertice, direttrice e rette generatrici di un cono che, tra l'altro, non è circolare retto. Informazioni queste ampiamente disponibili nei trattati dell'antichità classica ma di cui non si percepisce nemmeno l'eco sia nell'opera di Isidoro che in quella precedente tradizionalmente attribuita a Boezio¹¹ o nella posteriore *Geometria Gerberti* di Gerberto d'Aurillac¹² [Olleris 1867; Bianchini, Senatore 2015].

In questo senso, più che con la letteratura del tempo, l'unghia della Cappella Palatina suggerisce una qualche affinità con l'opera di Euclide o con il Trattato sulle Coniche di Apollonio di Perga, testi però entrambi sconosciuti alla cultura geometrica occidentale almeno secondo la narrazione prevalente.

In questo quadro, anche se l'ipotesi che Odone da Metz possa in qualche modo essere venuto in contatto con qualcuna di queste opere è suggestiva ma poco credibile in assenza di ulteriori evidenze documentali, non possiamo ignorare che la geometria che “leggiamo sulle pietre” di Aachen non è spiegabile accettando ciò che troviamo nei libri che raccontano la sua storia.

Il caso di Aachen rafforza a nostro avviso la teoria che intravede nella cosiddetta geometria pratica medievale sia quel *corpus* di costruzioni necessarie a risolvere problemi in molti settori cruciali per qualunque società mediamente organizzata (fondiario, edilizio, urbano, legale, militare), sia un “luogo” dove in Europa occidentale la geometria abbia potuto non solo

Having (at least temporarily) abandoned work in the library, the first stage of this rather erratic research focused on finding conical structures that were fairly similar to the ones in Aachen; so we systematically searched and studied pages and databases available on the internet.

After countless unsuccessful results, a page on Wikipedia⁶ (yes, really, Wikipedia...) caught our attention because it contained a photograph of a horizontal conical structure used either to support, or as a corner joint of, a stone dome resting on a square plan. It was the page dedicated to so-called squinches, in other words a type of vault which is certainly not unknown and was often used in several Romanic buildings⁷; in Italian it goes by the name of volte or pennacchi a tromba (squinches or pendentives).

The building displayed in Wikipedia (fig. 14) was the Palace of Ardashir Pāpakan, built in southern Iran in the early 3rd century. However, if on the one hand it was the first, clear example of an earlier structure, geometrically and constructively similar to the one in Aachen, on the other there was little hope we could link it to the Palatine Chapel, given the considerable temporal and geographical distance between them.

Nevertheless, by continuing to focus on the Middle East we did find several examples of churches with squinches used to join the square of the cross vault with the octagonal impost of the dome above. Some of these examples date to roughly the 8th century and can be found in ancient Armenia⁸ (fig. 15).

These structures were undoubtedly temporally compatible with the vaults in Aachen, but above all they finally provided a credible link to Odo of Metz.

In fact, as part of the well-founded hypothesis of an Armenian influence on several 8th-century buildings in Western Europe [Gilbert 1964; Henry 1965], more than one scholar maintains that Odo himself had Armenian roots [Dézéus 1989; Chevalier 2019; Yevadian 2020; Gurégghian 2020] even if this cannot be stated with absolute certainty [Keuerleber 2014; Chevalier, 2019].

An intriguing idea emerges, albeit with all the necessary precautions: the Armenian Oton

17/ Pagina delle Etimologie di Isidoro da Siviglia dedicata al cono. Cerchiata in rosso la figura corrispondente al testo (elaborazione di Carlo Bianchini su immagine da <<https://www.e-codices.unifr.ch/it/list/one/csg/0576>>).

A page of the *Etimologiae* by Isidore of Seville dedicated to the cone. The figure corresponding to the text is circled in red (by Carlo Bianchini on an image from <<https://www.e-codices.unifr.ch/it/list/one/csg/0576>>).

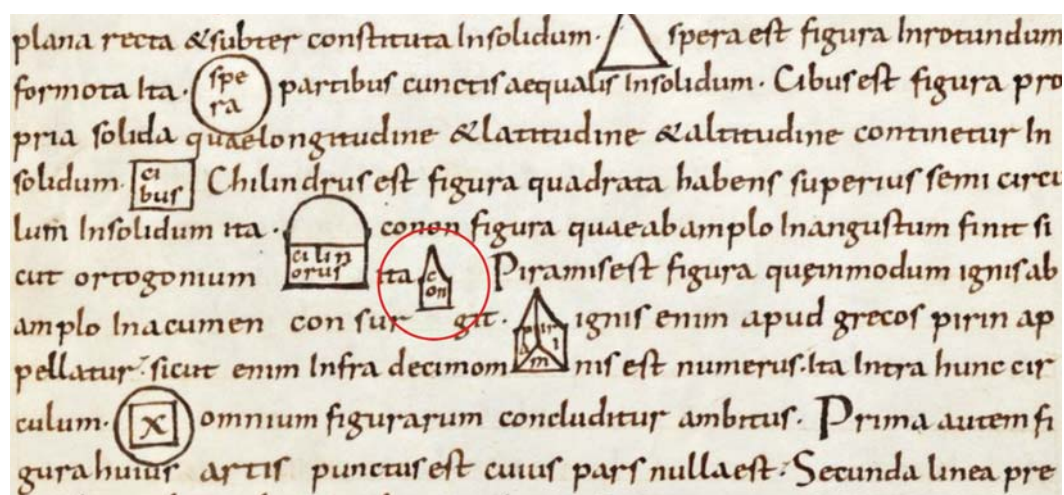
Matsaetsi, who we know as Odo of Metz, designer of the Palatine Chapel, was aware of the solution of the conical joint, either through his own first-hand experience or as an element in his technical-formal background of knowledge, influenced by his original architectural culture, and so he chose to use it 'creatively' in order to solve the problem of the ambulatory in Aachen.

This possibility is not only in line with what we have so far discussed about the designer's awareness, it would also indicate that Odo decided to use this method in order to 'cite' a stylistic element dear to his heart.

However, turning a conical vault into the panels in Aachen is undoubtedly no mean feat from the point of view of their composition and construction. As regards the former, the vault of the Palatine Chapel is not only rampant, but, so to speak, 'assembled back to front' compared to classical squinches, given that the vertex of the cone points to the centre and not towards the building's exterior. Notwithstanding, it is the purely geometric aspect that is the most interesting.

If, on the one hand, we can simply consider the vault of the Palatine Chapel as an inclined version of a squinch (fig. 16), on the other, we cannot ignore how this alteration involves a series of geometric complications that are inconsistent with what – on the basis of the very scant written sources available – historiography traditionally believes to be the level of western geometric thinking between the 7th and 8th century [Chasles 1837; Beaujourn 1966; Boyer 1968] and, in particular, the thinking presumably known by the Carolingian court [Butzer 1982; Butzer 1995].

Isidore of Seville provides a very enlightening definition of cone in his very famous *Etimologiae* written in the early 7th century. The volume is one of the reference works for geometry and the other subjects that made up the so-called *quadrivium* in the early Middle Ages (fig. 17): "the cone is a figure that from a wide base narrows at the top, like the orthogonium".¹⁰ So, if the written work really did correspond to the knowledge available when Odo was alive, then the complexity and elegance of the conical vaults of the Palatine Chapel would be essentially inexplicable. In fact,



conservarsi ma anche continuare a evolvere [Bianchini 1995a; Bianchini 1995b].

Le volte coniche della Cappella Palatina sembrano in effetti costituire un primo, solido inizio di questo processo che, tuttavia, è ben lungi dall'essere enucleato e inserito nel quadro dello sviluppo del pensiero geometrico occidentale. Le ragioni che non hanno finora consentito questa possibile revisione sono in parte ideologiche ma soprattutto di ordine metodologico per ciò che attiene alla natura delle fonti. È infatti evidente come la storiografia tradizionale abbia assunto l'analisi di quelle scritte come elemento guida nel delineare la storia della geometria medioevale quando probabilmente esse non rappresentano che parzialmente un contesto culturale molto più articolato dove la raccolta e la comunicazione del sapere era affidato prevalentemente a insegnamenti orali e apprendistato. Se si accetta quest'ipotesi come ragionevole (e le volte di Aachen spingono in questa direzione) allora esiste davvero una storia della geometria medievale alternativa che non è scritta sulla pergamena ma sulla pietra e che aspetta di essere svelata anche grazie agli strumenti di misura, modellazione e simulazione che abbiamo oggi a disposizione.

Conclusioni

Lungi dall'affermare verità incontrovertibili, quanto fin qui illustrato intende semplicemente proporre alla comunità scientifica alcune ipotesi che spetterà ad altri valutare e forse confutare.

La prima è che il progetto della Cappella Palatina sia unitario, sostanzialmente olografo e rigorosamente controllato in tutte le fasi, dalla progettazione alla realizzazione. Questo suggerisce l'esistenza di un unico progettista dotato di forte autonomia che al momento risponde al nome di Odone da Metz.

Inoltre, l'analisi compositiva della fabbrica identifica alcuni elementi con caratteri originali (quando non addirittura innovativi) come testimonia il rapporto dinamico tra la cintura degli ambulatori e il vuoto dell'ottagono centrale. Quella del primo livello, in particolare, è caratterizzata dall'alternanza di settori quadrangolari aperti e cunei triangolari ciechi dove questi ultimi risultano "stranamente" voltati con unghie coniche.

Per questa anomalia sia compositiva che costruttiva è stato tuttavia possibile individuare un riferimento coevo nell'architettura di matrice armena che, unita all'ipotesi storiografica che propone un'analoga origine anche per Odone da Metz, sembra in qualche modo chiudere il cerchio: Odone, architetto di non comuni capacità, progetta unitariamente la Cappella Palatina introducendo elementi di provenienza romana e bizantina senza omettere tuttavia di citare la sua cultura di appartenenza. In questo processo Odone dimostra non solo di padroneggiare le forme architettoniche ma anche di possedere conoscenze che non paiono corrispondenti al livello che tradizionalmente la storiografia attribuisce alla geometria del periodo.

Lo studio che abbiamo presentato concorre forse a gettare nuova luce su un edificio certamente tra i più studiati della storia ma che, come ogni capolavoro che si rispetti, continua a serbare gelosamente molti dei suoi segreti. A volte però, quando si ha un po' di fortuna, può serbare anche qualche sorpresa.

1. Quest'attività fa parte di un vasto progetto internazionale di ricerca che vede coinvolti Sapienza Università di Roma, la Robert Gordon University di Aberdeen, la RWTH Aachen University in partnership con la Dom-bauhütte della Cattedrale di Aachen. Mediante l'utilizzo di tecnologie particolarmente avanzate, obiettivo del progetto è la documentazione il più possibile completa degli edifici che la compongono come pure dei loro materiali costitutivi. Il gruppo di ricerca è costituito da Carlo Bianchini, Carlo Inglese, Guglielmo Villa, Martina Attenni, Marika Griffo, Roberto Barni (Sapienza) e Douglas Pritchard (Robert Gordon University), Yannick Ley (RWTH Aachen). Da segnalare, infine, che il progetto è co-finanziato nel quadro del PNRR, Partenariato Esteso 5 "CHANGES", Spoke 8, Linea Tematica 1 Produzione, organizzazione e comunicazione della conoscenza coordinata dal prof. Carlo Bianchini.

2. In realtà la superficie non si interrompe all'intersezione con l'arco che funge da direttrice ma prosegue fino a incontrare la superficie cilindrica verticale che costituisce il limite esterno della Cappella Palatina. Tale intersezione genera come noto una curva sghemba peraltro correttamente visibile come terminale della volta conica di Aachen. L'analisi di questa intersezione esula però per motivi di spazio dal presente articolo.

3. Di questo personaggio si hanno pochissime notizie fatta eccezione per la seguente iscrizione datata intorno al X secolo rinvenuta intorno alla cupola: «*Insignem hanc dignitatis aulam Karolus caesar magnus instituit; egregius Odo magister explevit, Metensi fotus in urbe quiescit*». È opinione comune, comunque, che sia stato Odone l'architetto della Cappella Palatina e che lo stesso Carlo Magno possa aver avuto un ruolo importante.

4. Ecco la citazione completa: «L'armamento delle volte a crociera, e delle volte a lunette, esige una struttura sostanzialmente uguale a quella d'una volta a botte, dovendosi adattare cotale armatura alla botte principale, che nelle volte lunulate è unica, e non può confondersi con alcun'altra, e nelle volte a crociera può ravvisarsi indistintamente nell'una o nell'altra delle due botti componenti. Fabbricata la centinatura della botte principale, conviene applicare sul dorso di questa le centinature delle lunette, o dell'altre due falde della crociera, disponendovi a traverso altrettante porzioni di centinature di volte a botte adattate alle forme e alle

dimensioni delle lunette, ovvero delle dette due falde trasversali della crociera» (cfr. Cavalieri San-Bertolo 1826-1827, pp. 144-145).

5. A ben vedere, l'unica traccia di volte coniche che abbiamo trovato ha in qualche modo a che fare con i vomitoria degli anfiteatri. Tuttavia queste strutture appaiono molto più simili, anche costruttivamente, a una volta a botte che abbia uno dei due profili terminali più piccolo dell'altro tanto da potersi considerare una sorta di variante di una comune volta a botte rampante.

6. <<https://en.wikipedia.org/wiki/Squinch>>.

7. Ad esempio nella chiesa di San Cataldo a Palermo.

8. Tra queste vale la pena di citare: la chiesa e il monastero di Odzun (V-VII secolo, provincia armena di Lori) e la cattedrale di Mren (VII secolo, regione di Kars, nell'attuale Turchia).

9. Riprendendo probabilmente l'impostazione di Marziano Mineo Filice Capella, Boezio tramanda uno schema che perdurerà per gran parte del Medioevo e che prevede la suddivisione delle sette *artes liberales* in due gruppi di discipline, di cui il primo, propedeutico, è costituito da Grammatica, Retorica e Dialettica (*Trivium*), e il secondo, per così dire di "specializzazione", comprende Aritmetica, Musica, Geometria ed Astronomia (*Quadrivium*).

10. *Conon, figura quae ab amplo in angustum finit, sicut orthogonium* (*Etimologie*, Libro III, Delle Figure geometriche).

11. Personaggio sensibile e attento alle problematiche filosofiche, etiche e politiche del suo tempo, Anicio Manlio Severino Boezio (475-525) è generalmente noto per l'opera *Philosophiae consolatio*. Egli riveste tuttavia un ruolo di importanza cruciale anche nello sviluppo della geometria medievale, in virtù di uno scritto "minore" intitolato *Boetii quae fertur geometria*, contenente gli enunciati privi di dimostrazione di alcuni tra i più semplici teoremi dei primi quattro libri degli *Elementi* di Euclide.

12. Quest'opera può essere considerata come il primo serio tentativo di raccogliere organicamente il sapere geometrico al volgere del primo millennio riformulandolo in accordo con le esigenze sia didattiche che pratiche di allora. La struttura dell'opera sarà per questo destinata a influenzare tutti i trattatisti successivi, tanto per seguire il suo schema che per contraddirli. Per quanto riguarda il suo contenuto, esso sembra derivare in buona misura dal *Corpus Agrimensorum* che Gerberto ha occasione di studiare durante il suo soggiorno nell'Abbazia di Bobbio; non si possono tuttavia escludere influenze del pensiero arabo, che il nostro autore ben conosce in virtù del periodo trascorso in Spagna, del quale però non si hanno prove certe.

their surface requires absolute mastery of the relationships between the vertex, directrix and generating lines of a cone which, amongst other things, is not a right circular cone. This information was widely available in classical ancient treatises, but there is no echo of it in Isidore's work, or in the earlier work traditionally attributed to Boethius,¹¹ or in the much later Geometria Gerberti by Gerberto d'Aurillac¹² [Olleris 1867; Bianchini, Senatore 2015].

In this regard, the panel in the Palatine Chapel would appear to be more similar in nature to what Euclid writes in his Elements or the issues discussed by Apollonius of Perga in his Treatise on Conic Sections rather than to the literature available during that period. However, according to prevailing narrative, western geometric culture was unfamiliar with these texts.

Given the above, it is fascinating, but not very credible (due to a lack of documentary evidence) to hypothesise that Odo of Metz could have somehow come into contact with one of these works; however, we cannot overlook the fact that the geometry we 'read on the stones' in Aachen cannot be explained by simply accepting at face value what we find in the books that narrate its history.

We believe Aachen reinforces our theory that considers the so-called practical geometry used in the Middle Ages to be not only the corpus of constructions used to solve problems in many crucial sectors (land, building, urban, legal, military) for any moderately organised society, but also a 'place' where geometry in western Europe was able to be preserved and continue to evolve [Bianchini 1995a; Bianchini 1995b].

The conical vaults in the Palatine Chapel effectively look like a solid, early sign of this process which, however, is far from being enucleated and inserted in the framework of the development of western geometric thinking. The reasons that have so far hindered this possible revision are partly ideological, but above all methodological and involve the nature of the sources.

In fact, it is obvious that traditional historiography considered the analysis of those writings as a guiding element when outlining the history of medieval geometry; instead they

probably represent only a part of the much more multifaceted cultural context during which the gathering and communication of knowledge was chiefly entrusted to oral teachings and apprenticeship. If we believe this hypothesis to be reasonable (and the vaults in Aachen point in this direction) then an alternative history of medieval geometry exists, one which is not written in parchment but on stone. A history waiting to be revealed thanks also to the measurement, modelling and simulation tools available today.

Conclusions

Far from affirming incontrovertible truths, our intention is to simply draw the attention of the scientific community to several hypotheses illustrated in this paper; it is for others to evaluate and perhaps confute them. The first is that the Palatine Chapel was built based on a unitary project, essentially holographic and meticulously controlled throughout, from its design to its construction. This suggests that there was only one fiercely independent designer who, at the moment, corresponds to Odo of Metz. In addition, the compositional analysis of the building has identified several original (and sometimes innovative) elements, testifying to the dynamic relationship between the ring of the ambulatory and the empty space of the central octagon. On the first floor, in particular, there is an alternating pattern of open quadrangular sectors and blind triangular wedges; the latter are 'unusual' insofar as their vaults have conical panels. We were, however, able to identify a contemporary reference for this anomalous composition and construction: Armenian architecture which, combined with a historiographical hypothesis that proposes similar roots for Odo of Metz, appears to somehow come full circle. Odo, an architect with remarkable skills, single-handedly designed the Palatine Chapel, introducing Roman and Byzantine elements, but without forgetting his own native culture. This process shows that Odo not only mastered architectural forms, but also displayed a knowledge far beyond that historiography traditionally attributes to the geometry of that period.

The study presented here perhaps helps to shed new light on a building that is amongst the most studied in history, but which, like every self-respecting masterpiece, continues to jealously conceal many of its secrets. Sometimes, however, with a little luck, it can also reveal a few surprises.

Translation by Erika Young

1. This study is part of a broader international research in which several partners were involved: Sapienza Università di Roma, Robert Gordon University, Aberdeen, and RWTH Aachen University, together with the Dombauhütte of Aachen Cathedral. Using particularly advanced technologies, the objective of the project was to gather the most comprehensive documentation possible about the buildings that make up the complex, as well as the materials used in their construction. The research group was as follows: Carlo Bianchini, Carlo Inglese, Guglielmo Villa, Martina Attenni, Marika Griffò, and Roberto Barni (Sapienza), Douglas Pritchard (Robert Gordon University), and Yannick Ley (RWTH Aachen). Finally, it is worth noting that the project is co-funded within the framework of the NRRP, Extended Partnership 5 'CHANGES', Spoke 8, Thematic Line 1: Production, Organization, and Communication of Knowledge, coordinated by Prof. Carlo Bianchini.

2. In actual fact the surface does not stop when it intersects the arch that acts as a directrix, but continues until it comes to the vertical cylindrical surface that is the outer limit of the Palatine Chapel. This intersection generates, as we know, a 'non-flat' curve that is visible to the naked eye, and acts as the terminal part of the conical vault in Aachen. For reasons of space, the analysis of this intersection is not discussed in this paper.

3. Little is known about this figure, except for the following inscription dating to roughly the 10th century and found written around the dome: "Insignem hanc dignitatis aulam Karolus caesar magnus instituit; egregius Odo magister explevit, Metensi fatus in urbe quiescit". The common view is that it refers to Odo as the architect of the Palatine Chapel and that Charlemagne could have played an important role.

4. This is the complete citation: "The framing of cross vaults, and lunette vaults, requires a structure that is basically the same as that of a barrel vault, since this frame has to be adapted to the main barrel vault, which in lunette vaults is unique, and cannot be confused with any other, and in cross vaults can be identified indistinguishably in one or the other of the two component barrel vaults. When building the centring of the main barrel vault, the centring of the lunettes or the other two pitches of the cross vault should be applied to the

back of this centring, placing across it the same number of portions of the centring of barrel vaults adapted to the forms and dimensions of the lunettes, in other words of the two transversal pitches of the cross vault" (cfr. Cavalieri San-Bertolo 1826-1827, pp. 144-145).

5. In actual fact, the only evidence we found of conical vaults is somehow linked to the vomitoria of amphitheatres. However, these structures appear to be more similar, including from a construction point of view, to a barrel vault with one springing end smaller than the other, so much so it can be considered a sort of variant of an ordinary rampant barrel vault.

6. <<https://en.wikipedia.org/wiki/Squinch>>.

7. For example, in the Church of San Cataldo in Palermo.

8. Of all these buildings, it is worth mentioning: the church and monastery in Odzun (5-7th century, Lori Province of Armenia) and the Cathedral in Mren (7th century, region of Kars, located in what is now Turkey).

9. Probably returning to the approach by Marziano Mineo Filice Capella, Boethius handed down a layout that was to last throughout most of the Middle Ages and involved dividing the seven artes liberales into two disciplinary groups; the first, preparatory, included Grammar, Rhetoric and Dialectics (Trivium), while the second, so to speak "specialisation", included Arithmetic, Music, Geometry and Astronomy (Quadrivium).

10. Conon, figura quae ab amplo in angustum finit, sicut orthogonium (Etymologiae, Book III, De Quator disciplinis mathematicis).

11. Anicius Manlius Severinus Boethius (475-525) was a sensitive figure who focused on the philosophical, ethical and political problems of his age; he is generally known for his book entitled *Philosophiae consolatio*. However, he also played a crucially important role in the development of medieval geometry in virtue of his 'less important' book – *Boetii quae fertur geometria* – in which he provides undemonstrated statements regarding some of the simplest theorems in the first four books of Euclid's *Elements*.

12. This book can be considered as the first serious attempt to organically collate geometric knowledge at the end of the first century, reformulating it based on the didactic and practical requirements of that age. This is why the book's structure was to influence all future treatise writers; they either followed his layout or argued with it. As concerns its contents, most of it appears to have been inspired by the *Corpus Agrimensorum* that Gerberto was able to study while staying in the abbey in Bobbio; however we cannot rule out that Arab thinking also influenced him, because he became familiar with it while he stayed for a period in Spain, although no reliable evidence of this is available.

References

- Attenni et al. 2023 = Martina Attenni, Roberto Barni, Carlo Bianchini, Marika Griffo, Carlo Inglese, Yannick Ley, Douglas Pritchard, Guglielmo Villa. The vaulting system of the Palatine Chapel: The Aachen Cathedral World Heritage Site Documentation Project. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XLVIII-M-2-2023, pp. 119-128. ISSN: 2194-9034. <<https://doi.org/10.5194/isprs-archives-XLVIII-M-2-2023-119-2023>>.
- Beaujouan 1966 = Guy Beaujouan. La science dans l'Occident médiéval chrétien. In René Taton (sous la dir. de). *Histoire générale des sciences. La science antique et médiévale (des origines à 1450)*. Parigi: P.U.F., 1966, pp. 582-652.
- Bianchini 1995a = Carlo Bianchini. Conservazione e sviluppo delle conoscenze geometriche durante il medioevo: il ruolo della Geometria Pratica. *XY*, 21, 1995, pp. 55-59. ISSN: 2499-8338. <https://www.xydigitale.it/images/rivista/pdf/21-22_XY/N21-22_55-56.pdf>.
- Bianchini 1995b = Carlo Bianchini. Tecniche medievali di rilevamento. *Disegnare. Idee Immagini*, 9/10, 1995, pp. 21-28. ISSN: 1123-9247. <https://dsdra.web.uniroma1.it/sites/default/files/Disegnare%209-10_1994-1995.pdf>.
- Bianchini, Senatore 2015 = Carlo Bianchini, Luca James Senatore. Gerbert of Aurillac (c. 940-1003). In Michela Cigola (ed.). *Distinguished Figures in Descriptive Geometry and Its Applications for Mechanism Science: From the Middle Ages to the 17th Century*. Cham: Springer International Publishing, 2015, pp. 33-51. ISBN: 9783319201986. <https://www.academia.edu/16404479/Gerbert_of_Aurillac_c_940_1003_>.
- Bosman 2012 = Lex Bosman. Crossing borders around 800: Charlemagne's Palatine Chapel at Aachen. In H. Heynen, J. Gosseye (eds). *Proceedings of the 2nd International Conference of the European Architectural History Network* (Brussels, 31 May-2 June 2012). Brussel: Koninklijke Vlaamse Academie van België voor Wetenschappen en Kunsten, 2012, pp. 214-216. ISBN: 9789065691026.
- Boyer 1968 = Carl B. Boyer. *A History of Mathematics*. John Wiley, 1968. ISBN: 9780471093749.
- Buchkremer 1955 = Josef Buchkremer. Der Dom zu Aachen. *Beiträge zur Baugeschichte im 100 Jahre Denkmalpflege am Aachener Dom*. Aachen: Wilhelm Metz, 1955.
- Butzer 1982 = Paul L. Butzer. Mathematics in the region Aachen-Liège-Maastricht from Carolingian times to the 19th century. *Bulletin de la Société royale des sciences de Liège*, 51, 1982, pp. 5-30. ISSN: 1783-5720.
- Butzer 1995 = Paul L. Butzer. Mathematics in Egypt and its Connections with the Court School of Charlemagne. *Contemporary Mathematics*, 190, 1995, 1-1, pp. 1-30. ISSN: 0271-4132.
- Cavalieri San-Bertolo 1826-1827 = Nicola Cavalieri San-Bertolo. *Istituzioni di architettura statica e idraulica*. Bologna, 1826-1827.
- Chasles 1837 = Michel Chasles. *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*. Bruxelles, 1837. <https://www.persee.fr/doc/marb_0770-8203_1837_num_11_1_1033>.
- Chevalier 2019 = Pascale Chevalier. Germigny, une architecture originale?. *Bulletin du centre d'études médiévales d'Auxerre. BUCEMA*, Hors-série n. 11, 2019. ISSN: 1954-3093. DOI: 10.4000/cem.16105.
- Dézéus 1989 = Robert Dézéus. *L'art de Transcaucasie*. Vienna, 1989.
- Falkenstein 1991 = Ludwig Falkenstein. Charlemagne et Aix-la-Chapelle. *Byzantion*, 61(1), 1991, pp. 231-289. ISSN: 2294-6209.
- François 1965 = Henry François. *Irish Art in the Early Christian Period to 800 A D*. London: Methuen & Co. Ltd., 1965.
- Gilbert 1964 = Edward Gilbert. Deerhurst Priory Church and its First String Course. *Transactions of the Bristol and Gloucestershire Archaeological Society*. Vol. 83, Bristol and Gloucestershire Archaeological Society, 1964, pp. 49-69. ISSN: 0068-1032.
- Gurégian 2020 = Jean-Varoujean Gurégian. *Patrimoine historique arménien en Turquie*. L'Harmattan, 2020. ISBN: 9782343207513.
- Keuerleber 2014 = Gisela Keuerleber. Geschichte: "Aachen war das neue, zweite Rom". Deutschlandfunk Kultur, 25.01.2014. <<https://www.deutschlandfunkkultur.de/geschichte-aachen-war-das-neue-zweite-rom-100.html>>.
- Kleinbauer 1965 = W. Eugene Kleinbauer. Charlemagne's Palace Chapel at Aachen and Its Copies. *Gesta*, 4, 1965, pp. 2-11. ISSN: 0016-920X. <<https://doi.org/10.2307/766678>>.
- Knopp 2002 = Gisbert Knopp. *Die gotische Chorhalle des Aachener Doms und ihre Ausstattung: Baugeschichte, Bauforschung, Sanierung*. Michael Imhof Verlag, 2002. ISBN: 9783935590389.
- Krautheimer 1942 = Richard Krautheimer. Introduction to an Iconography of Medieval Architecture. *Journal of the Courtauld and Warburg Institutes*, 5, 1942, pp. 1-33. ISSN: 0075-4390. <<https://archive.org/details/krautheimer-1942-iconography-med-arch/page/1/model/2up>>.
- Kühnel 2016 = Bianca Kühnel. Jerusalem in Aachen. In *Monuments & Memory: Christian Cult Buildings and Constructions of the Past: Essays in Honour of Sible de Blaauw*. 2016, pp. 95-105. <<https://www.brepolonline.net/doi/10.1484/M.ACSHA-EB.4.2018009?mobileUi=0>>.
- Müller 2014 = Harald Müller. Aix-la-chapelle à l'époque carolingienne. Nouvelles approches. *Francia*, 41, 2014, pp. 25-48. <https://perspectivia.net/servlets/MCRFileNodeServlet/ploneimport3_derivate_00006857/2_mueller-aix-la-chapelle.pdf>.
- Olleris 1867 = Alexandre Olleris. *La vie et les oeuvres des Gerbert Pape*. Parigi: F. Thibaud, 1867.
- Pieper, Schindler 2017 = Jan Pieper, Bruno Schindler. *Thron und Altar, Oktogon und Sechzehneck. Die Herrschaftsikonographie der karolingischen Pfalzkapelle zu Aachen*. Berlin: Geymüller Verlag für Architektur, 2017. ISBN: 9783943164381.
- Polanichka 2009 = Dana Marie Polanichka. *Precious stones, living temples: Sacred space in Carolingian churches, 751-877 CE*. Los Angeles: University of California, 2009.
- Pritchard et al. 2023 = Douglas Pritchard, Marika Griffo, Martina Attenni, Roberto Barni, Carlo Bianchini, Carlo Inglese, Yannick Ley. Evolution of recording methods: the Aachen Cathedral World Heritage Site documentation project. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XLVIII-M-2-2023, pp. 1241-1249. ISSN: 2194-9034. <<https://doi.org/10.5194/isprs-archives-XLVIII-M-2-2023-1241-2023>>.
- Ramírez-Weaver 2017 = Eric Ramírez-Weaver. *A Saving Science: Capturing the Heavens in Carolingian Manuscripts*. Penn State University Press, 2017. ISBN: 9780271071268.
- Siebigs 2000 = Hans-Karl Siebigs. *Die Ungarnkapelle am Dom zu Aachen. Bauliche Sanierungsmaßnahmen an der Ungarnkapelle des Domes zu Aachen in den Jahren 1991-1994* (= Schriftenreihe des Karlsverein-Dombauvereins. Band 3). Aachen: Thouet, 2000.
- Yevadian 2020 = Maxime K. Yevadian. Ermittlung über die Widmungsinschrift von Dombaumeister Odo im Aachener Dom. In *Schriftenreihe Karlsverein-Dombauverein*, 55. 2020, pp. 63-73 <https://www.academia.edu/42833763/Ermittlung_%C3%BCber_die_Widmungsinschrift_von_Dombaumeister_Odo_im_Aachener_Dom>.

La rivista è inclusa nella Web of Science Core Collection (Clarivate Analytics), dove è indicizzata nell'Arts & Humanities Citation Index e nel database di Scopus dove sono presenti gli abstract dei contributi.

La selezione degli articoli per *Disegnare. Idee Immagini* prevede la procedura di revisione e valutazione da parte di un comitato di referee (*blind peer review*); ogni contributo viene sottoposto all'attenzione di almeno due revisori, scelti in base alle loro specifiche competenze. I nomi dei revisori sono resi noti ogni anno nel numero di dicembre.

The journal has been selected for coverage in the Web of Science Core Collection (Clarivate Analytics); it is indexed in the Arts & Humanities Citation Index and abstracted in the Scopus database.

The articles published in Disegnare. Idee Immagini are examined and assessed by a blind peer review; each article is examined by at least two referees, chosen according to their specific field of competence.

The names of the referees are published every year in the December issue of the journal.

Gli autori di questo numero
Authors published in this issue

Martina Attenni

*Dipartimento di Storia, disegno e restauro
 dell'architettura
 Sapienza Università di Roma
 piazza Borghese, 9
 00186 Roma, Italia
 martina.attenni@uniroma1.it*

Roberto Barni

*Dipartimento di Storia, disegno e restauro
 dell'architettura
 Sapienza Università di Roma
 piazza Borghese, 9
 00186 Roma, Italia
 roberto.barni@uniroma1.it*

Carlo Bianchini

*Dipartimento di Storia, disegno e restauro
 dell'architettura
 Sapienza Università di Roma
 piazza Borghese, 9
 00186 Roma, Italia
 carlo.bianchini@uniroma1.it*

Marika Griffio

*Dipartimento di Storia, disegno e restauro
 dell'architettura
 Sapienza Università di Roma
 piazza Borghese, 9
 00186 Roma, Italia
 marika.griffio@uniroma1.it*

Yannick Ley

*Chair of Architectural History
 RWTH Aachen University
 Schinkelstraße 1
 52062 Aachen, Germania
 yannick.ley@rwth-aachen.de*

Douglas Pritchard

*Scott Sutherland School of Architecture
 Robert Gordon University
 Garthdee House, Garthdee Road
 Aberdeen, AB10 7QB, Scozia, Regno Unito
 d.pritchard1@rgu.ac.uk*

Jan Richarz

*Domkapitel Aachen
 Dombauhütte
 Klosterplatz 2
 52062 Aachen, Germania
 Klosterplatz 3 / 1.OG*

Bruno Schindler

*RWTH Aachen University
 Templergraben 55
 52062 Aachen, Germania
 schindler@ages.rwth-aachen.de*

Jan Richarz

L'importanza di un modello 3D
per la Cattedrale di Aachen
*The importance of a 3D model
for Aachen Cathedral*

Yannick Ley

L'evoluzione della Cattedrale di Aachen
in sedici immagini
*The evolution of Aachen Cathedral
in sixteen figures*

Douglas Pritchard

La documentazione della Cattedrale di Aachen:
approcci integrati per la conservazione digitale
utilizzando *Terrestrial Laser Scanning*
e fotogrammetria

*The documentation of Aachen Cathedral:
integrated approaches for digital preservation
using Terrestrial Laser Scanning
and photogrammetry*

Bruno Schindler

La geometria della Cappella Palatina
di Aachen e il sistema di misurazione pratica
applicato in cantiere

*The geometry of the Aachen Palatine Chapel
and the practical measurement system
on the building site*

Carlo Bianchini

Sulle unghie coniche della Cappella Palatina
di Aachen
*The conical vaults in the Palatine Chapel
in Aachen*

Martina Attenni, Roberto Barni, Marika Griffò

Sperimentazioni di *Machine Learning*
per la mappatura della Cattedrale di Aachen
*Machine Learning experiments for mapping
Aachen Cathedral*



WORLDWIDE DISTRIBUTION

AND DIGITAL VERSION

EBOOK

AMAZON, APPLE, ANDROID

WWW.GANGEMEDITORE.IT

ISSN 1123-9247



9 771123 924009

4 0068



ISBN 978-884925280-4



9 788849 125280