disegnare drawing

n. 66

idee immagini
ideas images

Rivista semestrale del Dipartimento di Storia, disegno e restauro dell'architettura – Sapienza Università di Roma
Biannual Journal of the Department of History, representation and restoration of architecture – Sapienza Rome University

Worldwide distribution and digital version EBOOK
www.gangemieditore.it
Full english text

Sapienza Università di Roma

Anno XXXIV, n. 66/2023
€ 15,00 - $/£ 20.00

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

drawing
disegnare idee immagini
ideas images

https://web.uniroma1.it/dsdra/dipartimento_/pubblicazioni/disegnare-idee-immagini

Rivista semestrale del Dipartimento di Storia, disegno e restauro dell'architettura, pubblicata con il contributo di Sapienza Università di Roma
Biannual Journal of the Department of History, representation and restoration of architecture, published with the contribution of Sapienza Rome University

Registrazione presso il Tribunale di Roma n. 00072 dell'11 /02 /1991

GANGEMI EDITORE SpA
INTERNATIONAL

via Giulia 142, 00186 Roma
tel. 0039 06 6872774 *fax* 0039 06 68806189
e-mail info@gangemieditore.it
catalogo on line www.gangemieditore.it

Le nostre edizioni sono disponibili in Italia e all'estero anche in versione ebook.
Our publications, both as books and ebooks, are available in Italy and abroad.

Un numero € 15,00 – estero € 20,00 / $/£ 24.00
Arretrati € 30,00 – estero € 40,00 / $/£ 48.00
Abbonamento annuo € 30,00 – estero € 35,00 / $/£ 45.00
One issue € 15,00 – *Overseas* € 20,00 / $/£ 24.00
Back issues € 30,00 – *Overseas* € 40,00 / $/£ 48.00
Annual Subscription € 30,00 – *Overseas* € 35,00 / $/£ 45.00

Abbonamenti/Annual Subscription
Versamento sul c/c postale n. 15911001
intestato a Gangemi Editore SpA
IBAN: IT 71 M 076 0103 2000 0001 5911 001
Payable to: Gangemi Editore SpA
post office account n. 15911001
IBAN: IT 71 M 076 0103 2000 0001 5911 001
BIC SWIFT: BPPIITRRXXX

Distribuzione/Distribution
Librerie in Italia e all'estero/
Bookstores in Italy and overseas
Emme Promozione e Messaggerie Libri Spa – Milano
e-mail: segreteria@emmepromozione.it
www.messaggerielibri.it

Edicole in Italia e all'estero/
Newsstands in Italy and overseas
Bright Media Distribution Srl
e-mail: info@brightmediadistribution.it

Abbonamenti/Annual Subscription
EBSCO Information Services
www.ebscohost.com

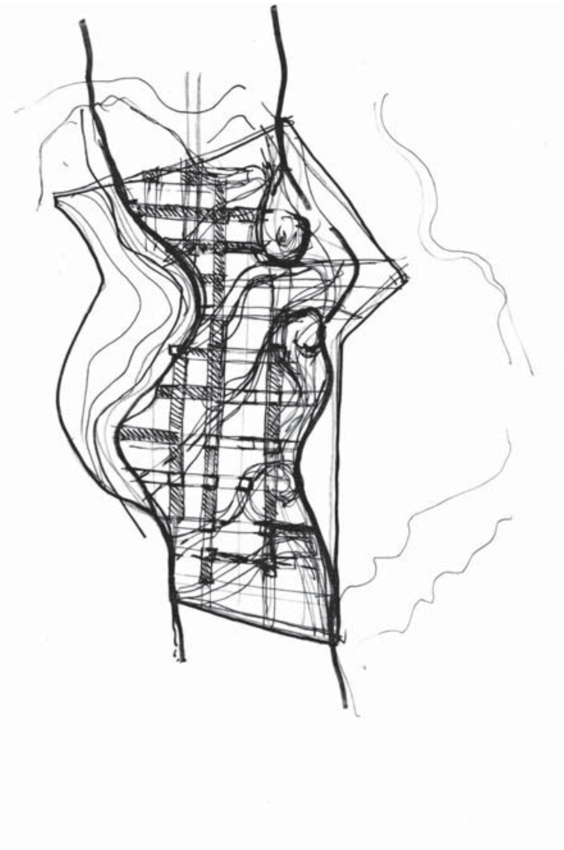
ISBN 978-88-492-5068-8
ISSN IT 1123-9247

Finito di stampare nel mese di giugno 2023
Gangemi Editore Printing

In copertina/*Cover*
TStudio-Guendalina Salimei, Housing sociale in via Bembo, Primavalle, Roma. Alloggi bioclimatici e sostenibili, 2016-2020. Dettaglio della facciata su strada (fotografia di Luigi Filetici)
TStudio-Guendalina Salimei. Social housing in Via Bembo, Primavalle, Rome. Sustainable bioclimatic housing, 2016-2020. Detail of the façade facing the street (photo by Luigi Filetici)

Anno XXXIV n. 66, giugno 2023

Guendalina Salimei, Campus dell'Università della Scienza e della Tecnologia (USTH) ad Hanoi in Vietnam. Schizzo della planimetria generale in marker e china su carta lucida.
Guendalina Salimei, Campus of the University of Science and Technology (USTH) in Hanoi (Vietnam). Sketch of the general plan using a marker and China ink on tracing paper.



Riccardo Migliari

Max Kleiber *Perspektivikus*
Max Kleiber Perspektivikus

https://cdn.gangemieditore.com/DOI/10.61020/11239247-202366-06.pdf

Max Phillipp Kleiber (1848-1930), artist and professor at the School of Arts and Crafts and the Academy of Fine Arts in Munich, wrote a treatise on perspective entitled *Angewandte Perspektive* (Applied Perspective). The distinctive features of the treatise, published several times between 1892 and 1922, are not only its independence from orthogonal projections, in the tradition of Desargues, Lambert and von Peschka, but also the presence of several original procedures that make it possible to operate exclusively within the limits of the picture plane. More specifically, the simplicity and effectiveness of the measurement operation performed using *Diagonalpunktes* (Diagonal points) is remarkable and deserves to be remembered in the history of perspective.

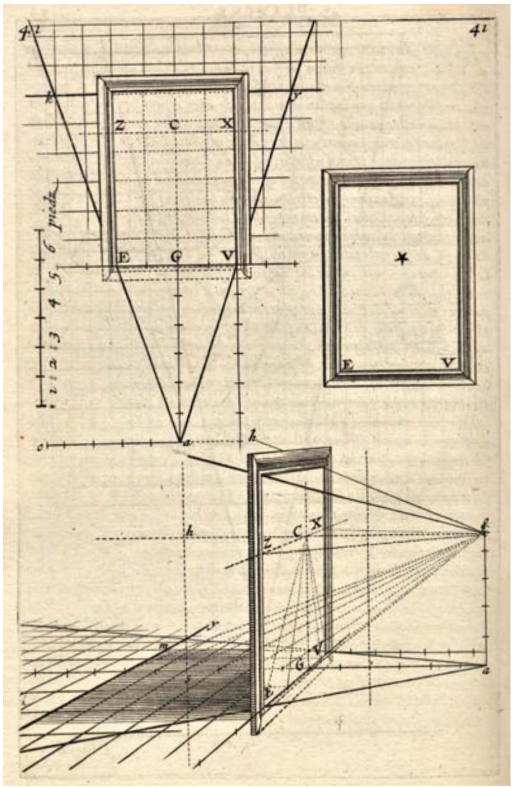
Keywords: perspective, history of perspective, descriptive geometry, drawing, teaching.

Max Phillipp Kleiber (1848-1930), artista e professore nella Scuola d'Arte e Mestieri e nella Accademia di Belle Arti di Monaco, ha scritto un trattato di prospettiva, intitolato Angewandte Perspektive (Prospettiva applicata), che è stato pubblicato più volte tra il 1892 e il 1922. Le peculiarità di quest'opera sono l'indipendenza dalle proiezioni ortogonali, nella tradizione di Desargues, Lambert e von Peschka, e la presenza di alcuni procedimenti originali che permettono di operare esclusivamente all'interno dei limiti del quadro. In particolare, l'operazione di misura eseguita per mezzo dei Diagonalpunktes (punti diagonali) è notevole per semplicità ed efficacia e merita di essere ricordata nella storia della prospettiva.

Parole chiave: prospettiva, storia della prospettiva, geometria descrittiva, disegno, insegnamento.

There are two ways to create perspective. The first involves constructing figures in three dimensions directly in the perspective space evoked by a geometric structure made up of points, lines and planes; this is true 'perspective', while the result it produces is a coded perspective image, i.e., with information – such as the vanishing points and the circle of distance – that allow the plane image to be returned to the three dimensions of space. The second method creates three-dimensional figures in Euclidean space, in true form, using

Ci sono due modi per fare la prospettiva.
Il primo costruisce le figure a tre dimensioni direttamente nello spazio prospettico evocato da una struttura geometrica, fatta di punti, rette e piani, che è essa stessa la vera "prospettiva", mentre il risultato che produce è un'immagine prospettica codificata, cioè dotata di quelle informazioni, come sono i punti di fuga e il cerchio di distanza, che consentono di restituire l'immagine prospettica piana alle tre dimensioni dello spazio.
Il secondo modo costruisce le figure a tre dimensioni nello spazio euclideo, in vera forma, usando, per solito, la pianta e l'alzato, e in quello spazio produce un insieme di punti che, collegati tra loro, restituiscono la sola immagine prospettica, non codificata.
Questi due modi sono già presenti nel primo trattato illustrato di prospettiva: il *De prospectiva pingendi* di Piero della Francesca [Piero della Francesca 2017] e la storia che ne è seguita insegna che il primo modo si è evoluto sul piano teorico fino a generare la forma più astratta e nobile di prospettiva che è nota come geometria proiettiva; il secondo modo è rimasto invece tal quale dai tempi di Piero. E dunque non vi è dubbio che volendo stabilire un primato tra questi due modi si debba conferire la vittoria al primo.
Tuttavia questo primo modo soffre di un grave problema, almeno da quando, nel Seicento, ha cominciato a misurarsi con l'idea e con la pratica rappresentazione dell'infinito: il problema è costituito, evidentemente, dai limiti del quadro. In altre parole, se immaginiamo il quadro completo di una cornice, come faceva appunto Abraham Bosse nei suoi disegni [Bosse, Desargues 1648] (fig. 2), possiamo constatare che molto spesso i punti di fuga, che sono l'immagine prospettica di punti infinitamente lontani, cadono al di là di questa cornice. Si tratta del noto "problema dei punti inaccessibili" che riguarda tanto la convergenza delle immagini di rette parallele, quanto le operazioni di misura che si realizzano, anch'esse, attraverso la rappresentazione di fasci di rette parallele.
Noi riteniamo che alcuni risultati di eccezionale importanza per la storia della prospettiva e della geometria proiettiva, come le idee del punto all'infinito (*but d'une ordonnance de droictes* [Desargues 1639, p. 1]) e della retta all'infinito (*but d'une ordonnance de plans* [Desargues 1639, *ibid.*]), e poi il concetto di piano all'infinito (*plan à l'infini*) [Poncelet 1822, *Supplément* 373] siano esiti di una ricerca stimolata dalla necessità di generalizza-



1/ *Pagina precedente.* Wilhelm Alfred Hildenbrandt, ritratto di Max Kleiber, 1922 (Archivio del Castello di Neubeuern).
Previous page. Wilhelm Alfred Hildenbrandt, portrait of Max Kleiber, 1922 (Neubeuern Castle Archive).
2/ *Pagina precedente.* Tavola 41 della Manière universelle... di Abraham Bosse (1648) che riassume la problematica dei limiti del quadro in relazione ai corrispondenti limiti angolari dello spazio prospettico.
Previous page. *Plate 41 of Abraham Bosse's Manière universelle... summarising the issue of the limits of the picture plane in relation to the corresponding angular limits of the perspective space.*
3/ Tavole litografate, fuori testo, della Angewandte Perspektive (edizione 1912), esempi di applicazione della teoria che precede. In alto a sinistra: tavola II, applicazione del punto diagonale. In alto a destra: tavola III, rappresentazione del cerchio.
In basso a sinistra: tavola V, riduzione delle figure in profondità e in quota. In basso a destra: tavola VI, teoria delle ombre.

Several lithographed plates, not included in the text, of the Angewandte Perspektive (1912 edition); examples of the application of the above theory. Top left: plate II, application of the diagonal point. Top right: plate III, representation of the circle. Bottom left: plate V, reduction of the depth and height of the figures. Bottom right: plate IV, the theory of shadows.

the plan and elevation; in that space it produces a set of points which, when connected, produce an uncoded perspective image.
These two methods are already present in the first illustrated treatise on perspective: Piero della Francesca's De prospectiva pingendi *[Piero della Francesca 2017]. History has subsequently taught us that the first method evolved theoretically to generate the most abstract and noble form of perspective, known as projective geometry; instead the second has remained unchanged ever since Piero invented it. Consequently, if one wants to establish primacy between these two methods, the first is undoubtedly the victor.*
Nevertheless, the first method has always been dogged by a serious problem, at least since the 17th century when it began to deal with the concept and practical representation of the infinite: the problem is obviously constituted by the limits of the picture plane. In other words, if we imagine the painting complete with a frame, like Abraham Bosse did in his drawings [Bosse, Desargues 1648] (fig. 2), we can see that very often the vanishing points, which are the perspective image of infinitely distant points, fall beyond this frame. This is the well-known 'problem of inaccessible points' that concerns both the convergence of the images of parallel lines and the measurements that are also performed through the representation of pencils of parallel lines.
We believe that some exceptionally important issues for the history of perspective and projective geometry – such as the ideas of the point at infinity (but d'une ordonnance de droictes *[Desargues 1639, p. 1]), the line at infinity* (but d'une ordonnance de plans *[Desargues 1639,* ibid.*]), and later the concept of the plane at infinity* (plan à l'infini) *[Poncelet 1822,* Supplément *373] – are the outcome of research inspired by the need to generalise the methods of perspective and free them from the aforementioned problems, although this opinion is not always agreed on by historians of mathematics [Andersen 2007]. And yet, two of the most famous theorems by Girard Desargues – the* Proposition géometrique *[Bosse, Desargues 1648, p. 340] and the* Proposition fondamentale de la pratique de la Perspective *[Bosse, Desargues 1648, p. 336] – are tools and theoretical*

4 / L'uso di piani orizzontali in quota risolve il caso in cui la fondamentale non sia accessibile o troppo vicina all'orizzonte (Angewandte Perspektive, figg. 93-98).
The use of horizontal planes at altitude solves the case where the fundamental is not accessible or too close to the horizon (Angewandte Perspektive, figs. 93-98).

generalisations of the problem of inaccessible vanishing points: the first is applied in the perspective representation of parallel lines, the second in their measurement.
The scientific work by Max Phillip Kleiber[1] *fits into this framework, even though, perhaps with a bout of excessive modesty, he entitled his work* Angewandte Perspektive, *which means 'Applied Perspective'. We should however remember that even the aforementioned two theorems by Desargues are part of a practical piece of writing.*
Regarding the issues I have summarised above, Kleiber's Angewandte Perspektive *presents these basic characteristics:*
- he deals with perspective as a method of representation, claiming that it is superior to the one that makes it a 'servant' of orthogonal projections, and in order to distinguish it, calls it freie Perspektive *(free perspective) [Kleiber 1912, p. 5]*[2]*;*
- he uses a new procedure when measuring depth, backed by faultless theoretical justification; we can consider this as being an original contribution[3];
- when solving the problem of inaccessible vanishing points, he adds a new solution to the known solutions; this new solution integrates the previous one and constitutes a method for drawing perspective without leaving the limits of the frame [Kleiber 1912, p. 121];
- in an extensive series of illustrations he demonstrates how, by combining the above procedures, it is possible to construct the perspective image without resorting to points that are not within the frame, as Desargues had previously shown in his Manière universelle... *[Bosse, Desargues 1648].*

Max Kleiber's contributions to perspective
Let us now look more in detail at the abovementioned contributions by Kleiber.

Measurement
Two methods are usually used when measuring depth, the second being a generalisation of the first, namely:
- the method of measurement points: this involves representing in perspective a pencil of straight lines capable of cutting equal segments on the straight line to be measured and on the

re i metodi della prospettiva e affrancarla dai suddetti problemi, anche se questa opinione non è sempre condivisa dagli storici della matematica [Andersen 2007].
Eppure due dei più celebri teoremi di Girard Desargues: *La Proposition geometrique* [Bosse, Desargues 1648, p. 340] e la *Proposition fondamentale de la pratique de la Perspective* [Bosse, Desargues 1648, p. 336] sono strumenti e teoriche generalizzazioni del problema dei punti di fuga inaccessibili: il primo trova applicazione nella rappresentazione prospettica delle rette parallele, il secondo nella misura delle stesse.
In questo quadro si colloca l'opera scientifica di Max Phillip Kleiber[1], anche se, forse con un eccesso di modestia, ha intitolato la sua opera *Angewandte Perspektive* cioè "Prospettiva applicata"; ma, occorre ricordarlo, anche i due teoremi di Desargues che abbiamo citato fanno parte di un'opera a carattere pratico.
Nei riguardi della problematica che ho sopra riassunto, la Prospettiva applicata di Kleiber presenta queste caratteristiche essenziali:
- tratta la prospettiva come metodo di rappresentazione, rivendicando la superiorità di questo modo rispetto a quello che la rende serva delle proiezioni ortogonali e per distinguerla, appunto, la chiama *freie Perspektive* (prospettiva libera) [Kleiber 1912, p. 5][2];
- nella misura della profondità impiega un procedimento, supportato da una ineccepibile giustificazione teorica, che può essere riconosciuto come contributo originale[3];
- nella soluzione del problema dei punti di fuga inaccessibili aggiunge alle soluzioni note un'altra sua, nuova, che integra la precedente e con essa costituisce un metodo per disegnare la prospettiva senza uscire dai limiti del quadro [Kleiber 1912, p. 121];
- in una larga serie di illustrazioni mostra come, combinando i procedimenti suddetti, si possa costruire l'immagine prospettica senza fare riscorso a punti che non siano all'interno del quadro, come già Desargues nella sua *Manière universelle...* [Bosse, Desargues 1648] aveva fatto.

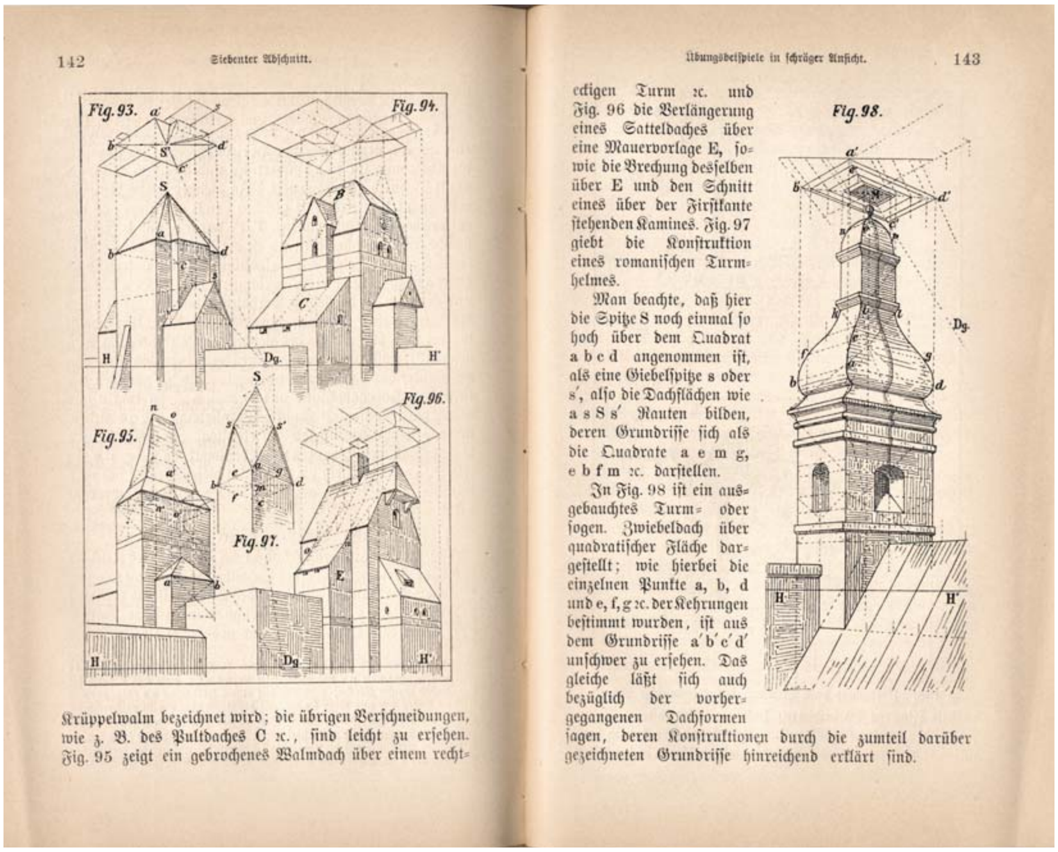

142 Siebenter Abschnitt.

Fig. 93. Fig. 94. Fig. 95. Fig. 96. Fig. 97.

Krüppelwalm bezeichnet wird; die übrigen Verschneidungen, wie z. B. des Pultdaches C ꝛc., sind leicht zu ersehen. Fig. 95 zeigt ein gebrochenes Walmdach über einem recht-

Übungsbeispiele in schräger Ansicht. 143

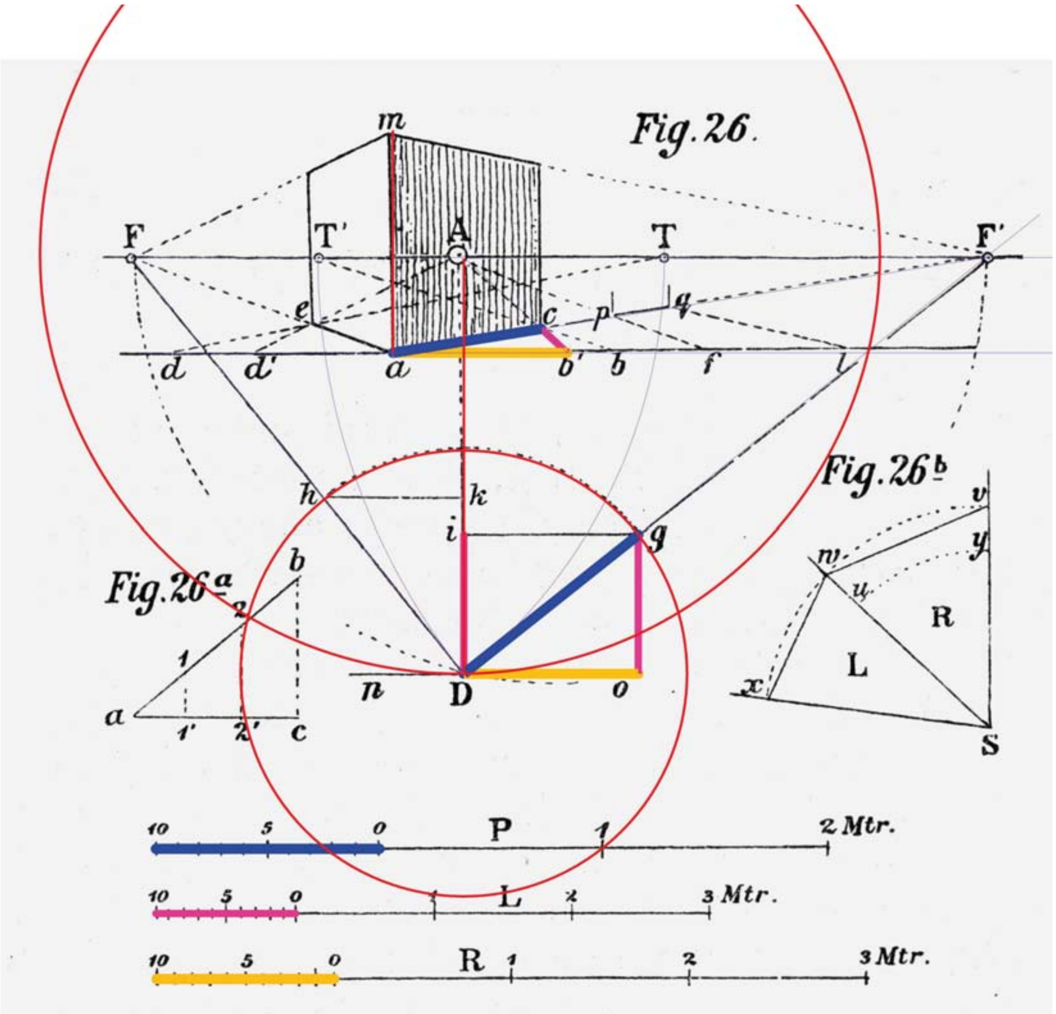
eckigen Turm ꝛc. und Fig. 96 die Verlängerung eines Satteldaches über eine Mauervorlage E, sowie die Brechung desselben über E und den Schnitt eines über der Firstkante stehenden Kamines. Fig. 97 giebt die Konstruktion eines romanischen Turmhelmes.

Man beachte, daß hier die Spitze S noch einmal so hoch über dem Quadrat a b c d angenommen ist, als eine Giebelspitze s oder s′, also die Dachflächen wie a s S s′ Rauten bilden, deren Grundrisse sich als die Quadrate a e m g, e b f m ꝛc. darstellen.

In Fig. 98 ist ein ausgebauchtes Turm- oder sogen. Zwiebeldach über quadratischer Fläche dargestellt; wie hierbei die einzelnen Punkte a, b, d und e, f, g ꝛc. der Kehrungen bestimmt wurden, ist aus dem Grundrisse a′ b′ c′ d′ unschwer zu ersehen. Das gleiche läßt sich auch bezüglich der vorhergegangenen Dachformen sagen, deren Konstruktionen durch die zumteil darüber gezeichneten Grundrisse hinreichend erklärt sind.

Fig. 98.

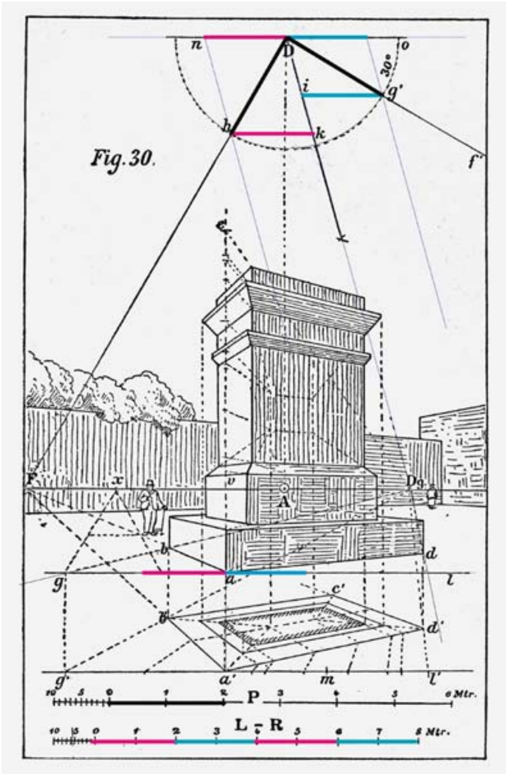
5/ La misura di due rette incidenti usando il punto principale (Angewandte Perspektive, fig. 26).
Measuring two intersecting lines using the principal point (Angewandte Perspektive, fig. 26).



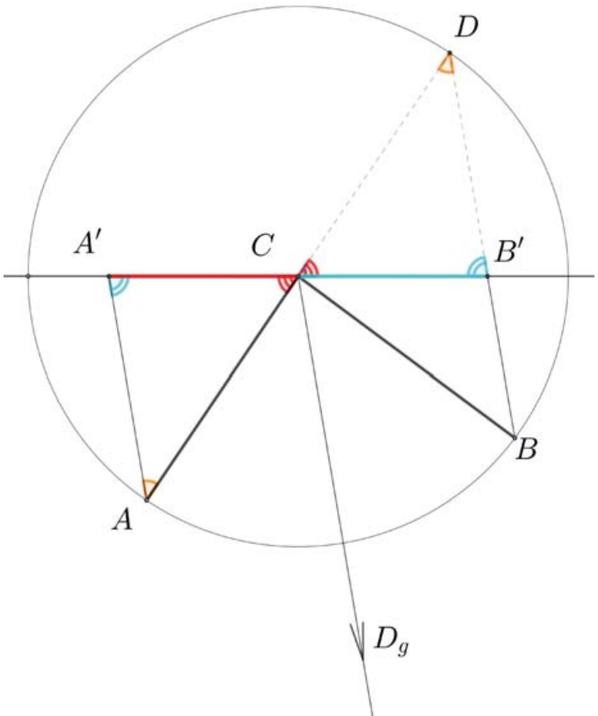
Contributi di Max Kleiber alla prospettiva
Vedremo ora più in dettaglio in cosa consistono i contributi di Kleiber ai quali ho fatto cenno.

Sulla misura
Nella misura della profondità si utilizzano di norma due metodi, il secondo dei quali è una generalizzazione del primo e precisamente:
- il metodo dei punti di misura: consiste nel rappresentare in prospettiva un fascio di rette capaci di staccare sulla retta da misurare e sul quadro segmenti eguali e si chiama "punto di misura" il punto di fuga di questo fascio;
- il metodo dei punti di misura ridotti: è una generalizzazione del precedente e consiste nel rappresentare nella prospettiva un fascio di rette capaci di staccare sulla retta da misurare e sul quadro segmenti che stanno in un rapporto noto per esempio 1/2, 1/3, 1/4, … 1/n dell'unità di misura.
Dunque nei due metodi che ho descritto si sceglie prima un rapporto di riduzione e si costruisce poi la prospettiva delle rette capaci di operare la misura secondo quel rapporto.
Max Kleiber, invece, rovescia i termini del problema e non si chiede quale debba essere il rapporto di riduzione, ma quale possa essere la fuga del fascio di rette che servono l'operazione di misura. Il rapporto tra i segmenti che il fascio stacca nello spazio prospettico e quelli che stacca sul quadro è dunque una conseguenza della scelta del fascio utilizzato per la misura e non è dato a priori.
In questo il metodo di Kleiber non è dissimile da quello di Desargues, perché anche Desargues utilizza un rapporto di riduzione che è una conseguenza della scelta del fascio, ma

picture plane; the vanishing point of this pencil is called the 'measurement point';
- the method of reduced measurement points: this is a generalisation of the previous method and involves representing in perspective a pencil of lines capable of cutting segments on the line to be measured and on the frame that are in a known ratio, for example., 1/2, 1/3, 1/4, … 1/n of the measurement unit.
Therefore, in the two methods I have described, a reduction ratio is chosen first, followed by the construction of the perspective of the lines capable of performing the measurement according to that ratio.
Instead Max Kleiber reverses the terms of the problem and does not ask what the reduction ratio should be, but what could be the vanishing point of the pencil of straight lines that serve the measurement operation. The ratio between the segments cut by the pencil in the perspective space, and the ones it cuts on the picture plane, is thus a consequence of the choice of the pencil used for the measurement and is not given a priori.
*Kleiber's method is not dissimilar to that of Desargues, because the latter also uses a reduction ratio that is a consequence of the choice of the pencil; however Kleiber introduces other novel elements. In fact, Desargues supports the vanishing point of the bundle that measures the line to the frame or, more generally, within it, whereas Kleiber suggests using two privileged vanishing points: the principal point and the 'diagonal point', which is the vanishing point of the bisector of any pair of incident lines. The principal point (*Augenpunkte*) has the advantage of always being inside the frame (except in special cases), but the diagonal points (*Diagonalpunktes*) are even more valuable because, as we will see, they make it possible to measure two lines with only one reduction ratio.*
The legitimacy of the method is ensured by Desargues's Proposition fondamentale de la pratique de la Perspective, *as well as other known procedures, but Kleiber is perhaps the only 20th-century treatise writer who has not only given Desargues the resonance his method deserves, but also further develops it.*
Consider Figure 26 of the treatise [Kleiber 1912, p. 63] (fig. 5).



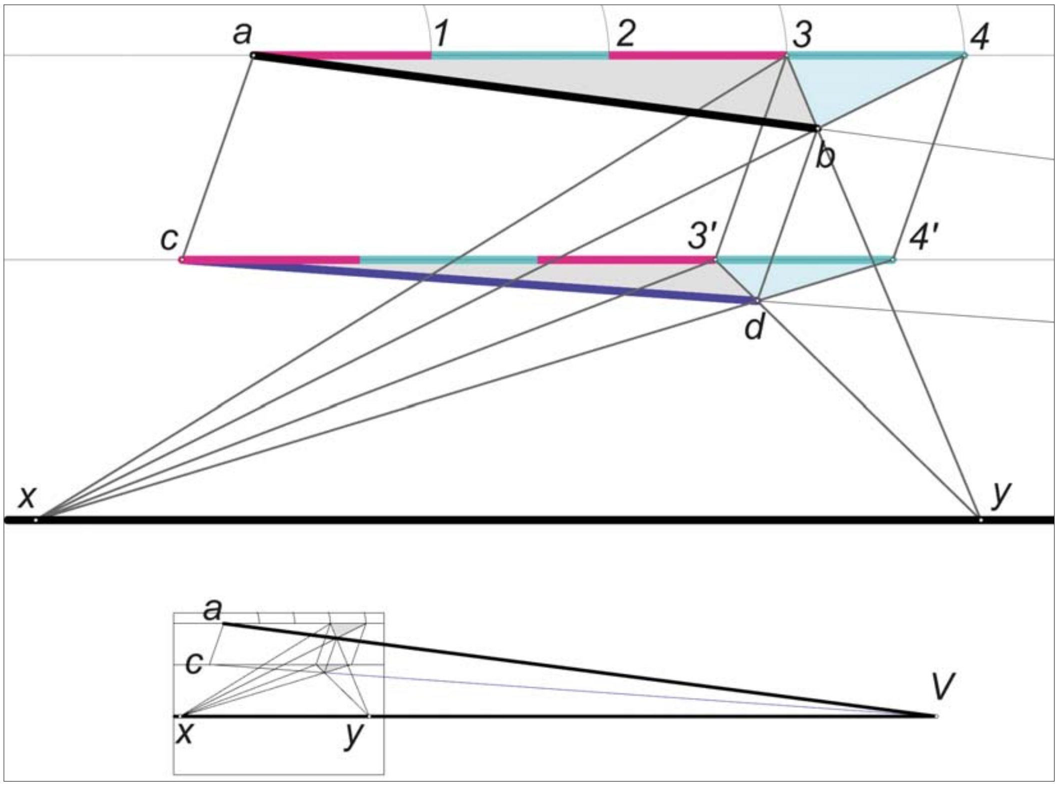
6/ L'uso del punto diagonale nella misura di una coppia di rette (Angewandte Perspektive, fig. 30).
The use of the diagonal point to measure a pair of lines (Angewandte Perspektive, fig. 30).



7/ Dimostrazione dell'uguaglianza dei segmenti A'C e B'C (elaborazione dell'autore).
Proof of the equality of segments A'C and B'C (by the author)

Point D *represents the rabatment of the projection centre onto the horizon plane, with the horizon line* FF' *acting as a hinge. I have added the distance circle in red.*
On rabatment DF' *of the line* aF' *we carry over the unit of measurement* Dg *and, still working on the rabatment, project it perpendicularly to the picture plane onto the* no *projecting line parallel to the ground line. Thus, segment* Do *represents the foreshortening undergone by the unit of measurement* Dg *when projected onto the ground line perpendicularly to the picture plane; triangle* Dgo *is equal to triangle* acb' *seen in perspective, since* A, *the principal point, is the vanishing point of lines perpendicular to the picture plane. To make the procedure easier, Kleiber suggests drawing a line parallel to the ground line directly through point* g*: segment* gi, *which is clearly equal to* Do, *provides the foreshortening of the unit of measurement.*
But what advantage is gained by this procedure? In addition to its undeniable brevity, there is another even more important element: it is unnecessary to measure the distance of the projection centre from the vanishing point of the line to be measured – something that is crucial in other methods! As a result, one operates exclusively in the short vicinity of point D. *One objection could be that we still need access to vanishing point* F' *in order to draw the perspectives of lines that have the same direction. However, this is not the case, as we will see shortly when discussing Kleiber's solution to the problem of inaccessible vanishing points.*
Measurements can be taken directly or using specially constructed 'rulers'. In this case, three rulers are required (shown at the bottom): the P *ruler uses the whole unit of measurement (shown in blue in the figure) in order to measure heights; the* R *ruler measures line* aF'*; the L ruler measures line* aF.
Another not negligible advantage can be obtained by using the diagonal point for measurement. In figure 30 of the treatise (fig. 6), point D *represents the projection centre tilted upward onto the picture plane together with lines* DF *and* Df'*, which in space project the directions of the horizontal edges of the pedestal. Line* DDg *is the bisector of angle* FDf'*, and* Dg *is the diagonal point. The dashed arc centred at* D *is used to measure off*

Kleiber introduce altri elementi di novità. Infatti Desargues appoggia il punto di fuga del fascio che misura la retta alla cornice o genericamente al suo interno, mentre Kleiber suggerisce l'uso di due punti di fuga privilegiati: il punto principale e il "punto diagonale", che è il punto di fuga della bisettrice di una qualsiasi coppia di rette incidenti che si vuole misurare. Il punto principale (*Augenpunkte*) ha il pregio di trovarsi sempre all'interno della cornice (salvo casi particolari), ma i punti diagonali (*Diagonalpunktes*) sono ancora più preziosi perché, come vedremo, permettono di misurare due rette con un unico rapporto di riduzione.
La legittimità del metodo è assicurata dalla *Proposition fondamentale de la pratique de la Perspective* di Desargues, come peraltro gli altri procedimenti noti, ma Kleiber è forse l'unico trattatista del Novecento che abbia dato a Desargues l'eco che il suo metodo meritava e lo abbia ulteriormente sviluppato.
Consideriamo la figura 26 del trattato [Kleiber 1912, p. 63] (fig. 5).
Il punto *D* rappresenta il ribaltamento, verso il basso, del centro di proiezione nel piano dell'orizzonte, con l'orizzonte stesso *FF'* che assume il ruolo di cerniera. Ho aggiunto in rosso il cerchio di distanza.
Sul ribaltamento *DF'* della retta *aF'* si riporta l'unità di misura *Dg* e, sempre operando sul ribaltamento, la si proietta secondo la direzione perpendicolare al quadro sulla retta proiettante *no* che è parallela alla fondamentale. Dunque il segmento *Do* rappresenta lo scorcio subìto dall'unità di misura *Dg* quando viene proiettata sulla fondamentale secondo la direzione perpendicolare al quadro e il triangolo *Dgo* è uguale al triangolo *acb'* che si vede in prospettiva, essendo *A*, punto principale, la fuga delle rette perpendicolari al quadro. Per rendere più agile il procedimento Kleiber suggerisce di condurre per il punto *g*, direttamente, una parallela alla fondamentale: il segmento *gi*, che è palesemente eguale a *Do*, fornisce lo scorcio dell'unità di misura.
Ma qual è il vantaggio di questa procedura? Oltre alla innegabile brevità, c'è un guadagno ancora più importante: non è necessario misurare la distanza del centro di proiezione dalla fuga della retta da misurare, come inve-



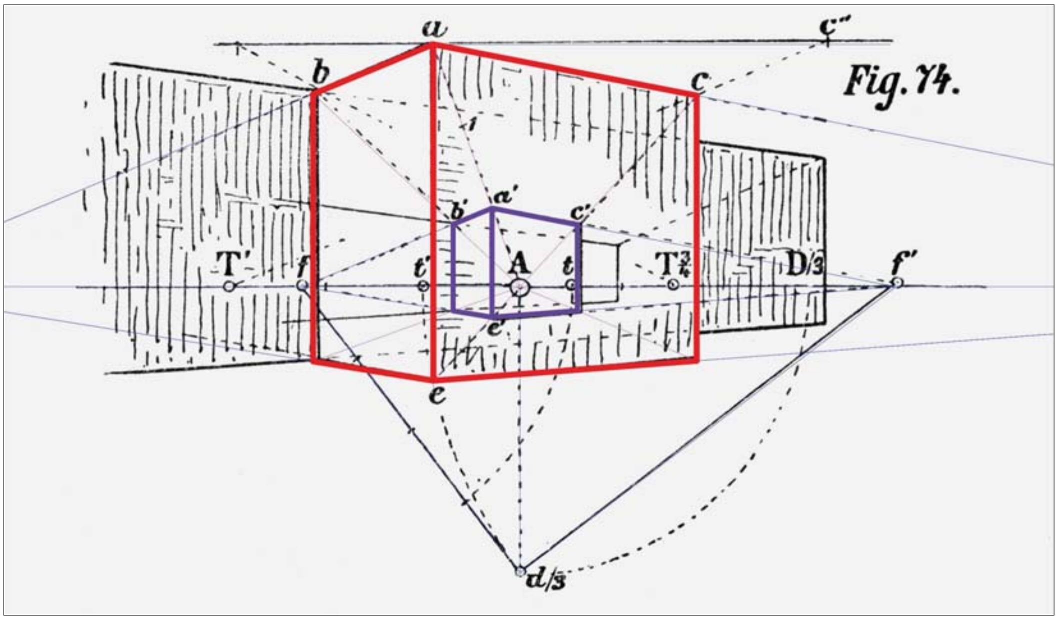
8/ Date le rette xy e ab convergenti in un punto inaccessibile V, si conduce per c una retta che passa anch'essa per V (elaborazione dell'autore)
Given the converging lines xy and ab meeting at an inaccessible point V, draw a line passing through V and c (by the author).

ce è indispensabile negli altri metodi! E perciò si opera solo in un breve intorno del punto *D*. Si potrebbe obiettare che comunque si deve aver accesso al punto di fuga (*F'*), per disegnare le prospettive delle rette che hanno la medesima direzione, ma non è così, come vedremo tra poco trattando della soluzione che Kleiber propone al problema dei punti di fuga inaccessibili.
Le misure possono essere eseguite direttamente o per mezzo di "righelli" costruiti ad hoc. In questo caso servirebbero tre righelli, che sono riportati in basso: il righello *P* utilizza l'unità di misura intera (in blu nella figura) e serve per misurare le altezze, il righello *R* misura la retta *aF'*, il righello *L* misura la retta *aF*.
Un ulteriore, non trascurabile vantaggio, si può ottenere utilizzando per misurare il punto diagonale. Nella figura 30 del trattato (fig. 6) il punto *D* rappresenta il centro di proiezione ribaltato sul quadro verso l'alto insieme alle rette *DF* e *Df'* che, nello spazio, proiettano le direzioni degli spigoli orizzontali del piedistallo. La retta *DDg* è la bisettrice dell'angolo *FDf'* e *Dg* è il punto diagonale. L'arco tratteggiato che ha centro in *D* serve per staccare sulle rette *DF* e *Df'* le due unità di misura *Dh* e *Dg'*. La retta *no* è il ribaltamento della retta proiettante parallela alla fondamentale *gl*. Immaginiamo ora, operando nello spazio, di proiettare le due unità di misura *Dh* e *Dg'* sulla retta *no* secondo la direzione della bisettrice *DDg*: avremo come risultato i due segmenti che ho evidenziato in rosso e in azzurro nella figura. Ebbene, i due segmenti sono uguali: lo si può dimostrare come si vede nella figura 7[4].

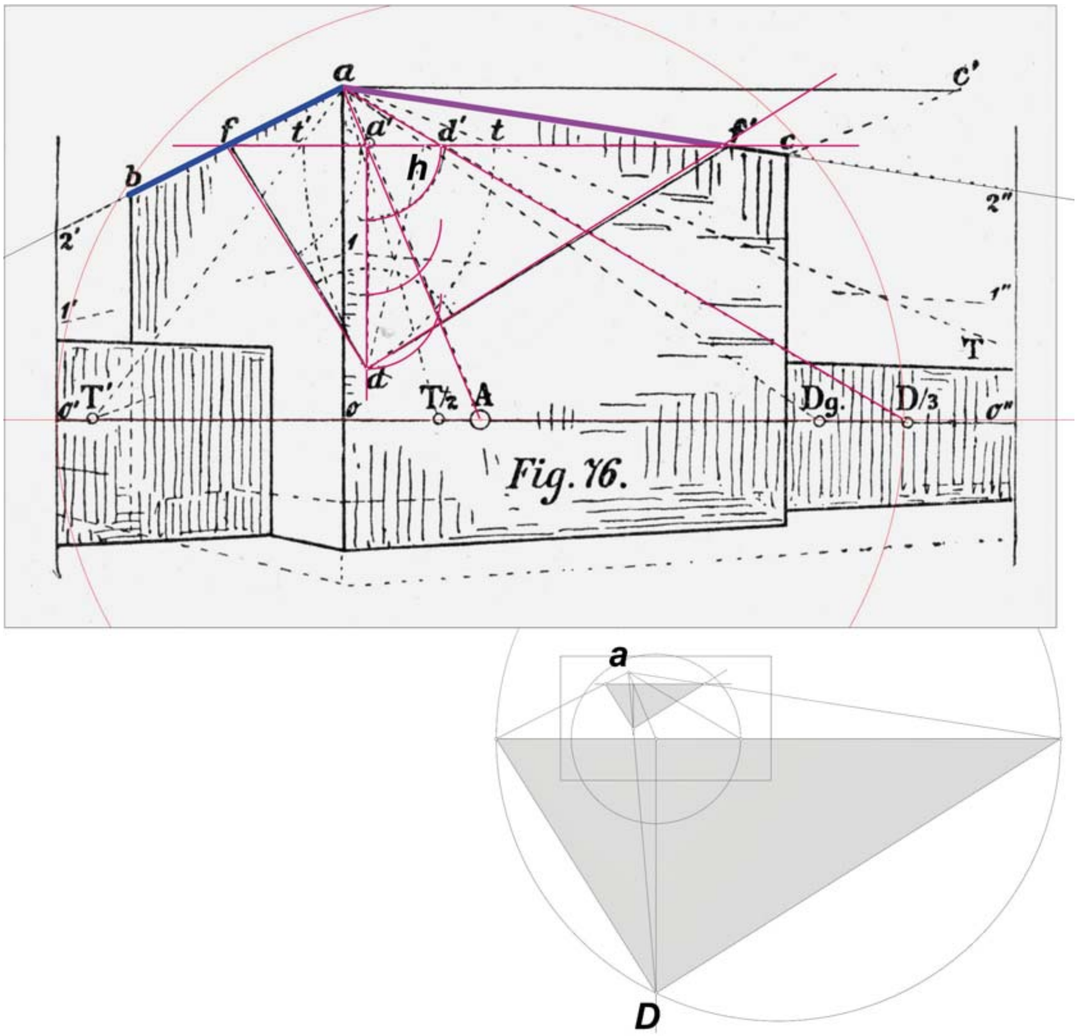
Sui punti di fuga inaccessibili
Il problema di disegnare rette che concorrono in un punto inaccessibile, viene risolto da Kleiber in vari modi che possono ricondursi però a due procedimenti noti, mentre un terzo a me sembra originale. I procedimenti noti sono:
- quelli accurati che applicano il teorema di Desargues sui triangoli omologici[5], come nella figura 68 [Kleiber 1912, p. 122]; questi procedimenti costruiscono la retta che passa per un punto dato e converge nel punto inaccessibile determinato da altre due rette (fig. 8)[6];
- quelli approssimati che usano le guide prospettiche dove la retta che converge al punto

the two units of measurement Dh *and* Dg' *on the lines* DF *and* Df'. *Line* no *is the rabatment of the projecting line parallel to ground line* gl. *Now imagine, operating in space, to project the two units of measurement* Dh *and* Dg' *on line* no *according to the direction of the bisector* DDg*: the result will be the two segments that I have highlighted in red and blue in the figure. As you can see, the two segments are equal: it can be demonstrated as shown in figure 7.*[4]

Inaccessible vanishing points
Kleiber uses different methods to solve the problem of drawing lines that meet at an inaccessible point; they can be traced back to two known methods, while I believe the third to be novel.
The known methods are:
- the accurate methods that apply Desargues' theorem regarding homologous triangles,[5] *as in figure 68 [Kleiber 1912, p. 122]; these methods construct the line that passes through a given point and converge in the inaccessible point determined by the two other lines (fig. 8)*[6];
- the approximate methods that use perspective guides, where the straight line converging at the inaccessible point must be drawn intuitively, respecting the trend suggested by the guides, for example, as in figures 70 and 71 of the treatise. The innovative method is, instead, the one that constructs a homothety between the perspectives that exceed the frame and the corresponding diminished perspectives that are fully contained within the frame.[7] *This method is simple and very flexible, so much so that Kleiber says he prefers it to all the others. The example in figure 74 is enlightening (fig. 9). Given line* ab *and principal distance* Ad/3 *reduced to one-third, Kleiber takes principal point* A *as the centre of homothety and constructs line* a'f *parallel to* ab. *The rest follows easily, because thanks to the homothetic relation, every element or size constructed in the diminished perspective in relation to* a'f, *such as* a'c', *can be brought back to the original scale. In the example,* a'c' *corresponds to* ac.[8] *Kleiber then applies this idea in various other methods that are faster or better suited to solving recurring problems, but always without accessing points outside the frame of the drawing.*



9/ L'omotetia di centro A che permette di controllare una prospettiva che eccede i limiti del quadro per mezzo di una sua riduzione (Angewandte Perspektive, fig. 74).
The homothety with centre at A makes it possible to control a perspective that exceeds the limits of the picture plane by means of its reduction (Angewandte Perspektive, fig. 74).



10/ Applicazione dell'omotetia alla costruzione della retta af' che concorre in un punto di fuga inaccessibile.
In basso la relazione tra i due triangoli omotetici B'C (Angewandte Perspektive, fig. 76).
Application of homothety to the drawing of a line converging towards an inaccessible vanishing point.
Bottom: the relationship between two homothetic triangles (Angewandte Perspektive, fig. 76).

For instance, in figure 76 of the treatise (fig. 10) Kleiber, given perspective ab, obtains the perspective of the orthogonal line ac *by establishing a different homothety with its centre in point* a.
The given elements are the horizon, principal point A, *measuring point* D/3 *and the perspective of line* ab *(in blue in figure 10).*
Kleiber takes any point f on ab *and draws the parallel to* AD/3 *through* f.
He then draws the lines aA *and* aD/3 *that intersect the abovesaid line (through f parallel to the horizon) in points* a' *and* d' *respectively.*
Segment a'd' *thus corresponds to segment* AD/3 *and, reproduced three times on line* a'd, *allows us to find in* d *the rabatment of the viewpoint in homothetic perspective.*
From here on, any necessary operations can be carried out within the picture plane, such as, for example, the construction of the orthogonal ac*: it is enough to draw* fd, *then* df' *orthogonal to* fd, *to determine* af'c.
The re-elaborated figure shows the two homothetic triangles in the detail at the bottom.
This technique is extensively developed for a wide variety of problems.

Brief biographical notes
Several editions of Max Kleiber's treatise were published: at least three were entitled Katechismus der angewandten Perspektive *[Kleiber 1892] while another three had* Angewandte Perspektive *[Kleiber 1912] as their title (all with the same publisher).*[9]
Nevertheless, his work is little known in Italy[10] *and, consequently, his figure as a man and an artist is also unknown. There is, however, a lively and documented biography written by Christoph Donsbach Camargo in 2018 and published on the website of Neubeuern Castle.*[11]
Max Kleiber visited the castle for many years, staying there thirty-five times between 1888 and 1923. Each time he left traces of his presence in the guestbook, such as watercolours and poems; the latter were collected by Reinhard Käsinger and placed in the vast castle archive.
We can therefore say that Max Kleiber lived between the city of Munich, where he worked as a teacher, and Neubeuern Castle, where he freed his artistic soul in a cultural climate of great intensity.[12]

11/ Rudolf Wilke, tempera dal Libro degli Ospiti del Castello di Neubeuern (IV volume). A margine, in corsivo: 10 minuti dopo la seconda campana: “Dannazione, dov’è la mia cravatta?” (<http://www.gaestebuecher-schloss-neubeuern.de/band-4/>; per gentile concessione di Reinhard Käsinger.
Rudolf Wilke, tempera from the Guest Book of Neubeuern Castle (fourth volume). In the margin, in italics: 10 minutes after the second bell: “Damn, where’s my tie?” (<http://www.gaestebuecher-schloss-neubeuern.de/band-4/>; courtesy of Reinhard Käsinger).

12/ Un disegno di Max Kleiber. “Sviluppo di un motivo architettonico non secondo Darwin, ma secondo la regola prospettica di un vecchio *Perspektivikus*. Castello di Neubeurn, giugno 1914”. Con autoironia Kleiber si identifica con uno dei suoi temi prospettici (Archivio del Castello di Neubeuern).
A drawing by Max Kleiber. ‘Development of an architectural motif not according to Darwin, but according to the perspective rule of an old Perspektivikus. Neubeuern Castle, June 1914’. With a touch of self-irony, Kleiber identifies himself with one of his perspective themes (Neubeuern Castle Archive).

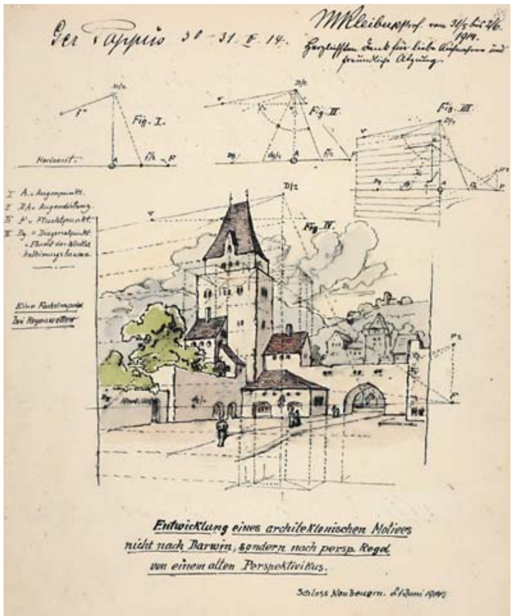
13/ Disegno che raffigura il luogo fonte dello studio prospettico in fig. 19; “solo la felicità vaga su questi sentieri” (1895; Archivio del Castello di Neubeuern).
Drawing (1895) illustrating the place that inspired the perspective study in fig. 19: ‘only happiness roams these paths’ (1895; Neubeuern Castle Archive).

inaccessibile deve essere tracciata intuitivamente, rispettando l’andamento suggerito dalle guide, come per esempio nella figura 70 e nella figura 71 del trattato.
Il procedimento innovativo è invece quello che costruisce una omotetia tra le prospettive che eccedono la cornice e le corrispondenti prospettive ridotte che invece sono compiutamente contenute nella cornice[7]. Questo procedimento è semplice e molto duttile tanto che Kleiber dice di preferirlo a tutti gli altri.
L’esempio della figura 74 è illuminante (fig. 9). È data la retta *ab* e la distanza principale *Ad*/3 ridotta a un terzo. Kleiber assume il punto principale *A* come centro di omotetia e costruisce *a’f* parallela ad *ab*. Il resto segue con facilità, perché grazie alla relazione omotetica ogni elemento o grandezza costruita nella prospettiva in relazione ad *a’f*, come per esempio *a’c’*, può essere ricondotto alla prospettiva intera. Nell’esempio *a’c’* corrisponde ad *ac*[8].
Questa idea viene poi declinata da Kleiber in vari altri procedimenti che sono più spediti o adatti a risolvere problemi ricorrenti, sempre senza accedere a punti esterni alla cornice del disegno. Per esempio, nella figura 76 del trattato (fig. 10) Kleiber, data la prospettiva *ab* ottiene la prospettiva della retta ortogonale *ac,* istituendo una diversa omotetia che ha centro nel punto *a*.
Gli elementi dati sono l’orizzonte, il punto principale *A*, il punto di misura *D/3* e la prospettiva della retta *ab* (in blu nella figura 10). Kleiber stacca su *ab* un punto *f* qualsiasi e traccia per *f* la parallela a *AD/3*.
Traccia poi le rette *aA* e *aD/3* che intersecano la retta per *f* parallela all’orizzonte, rispettivamente, nei punti *a’* e *d’*. Il segmento *a’d’* corrisponde così al segmento *AD/3* e, riportato tre volte sulla retta *a’d* permette di trovare in *d* il ribaltamento del punto di vista nella prospettiva omotetica.
Da qui in avanti ogni operazione necessaria può essere condotta all’interno del quadro, come, per esempio, la costruzione della ortogonale *ac*: basterà tracciare *fd*, poi *df’* ortogonale a *fd*, per determinare *af’c*.
La figura, rielaborata, evidenzia nel dettaglio in basso i due triangoli omotetici.

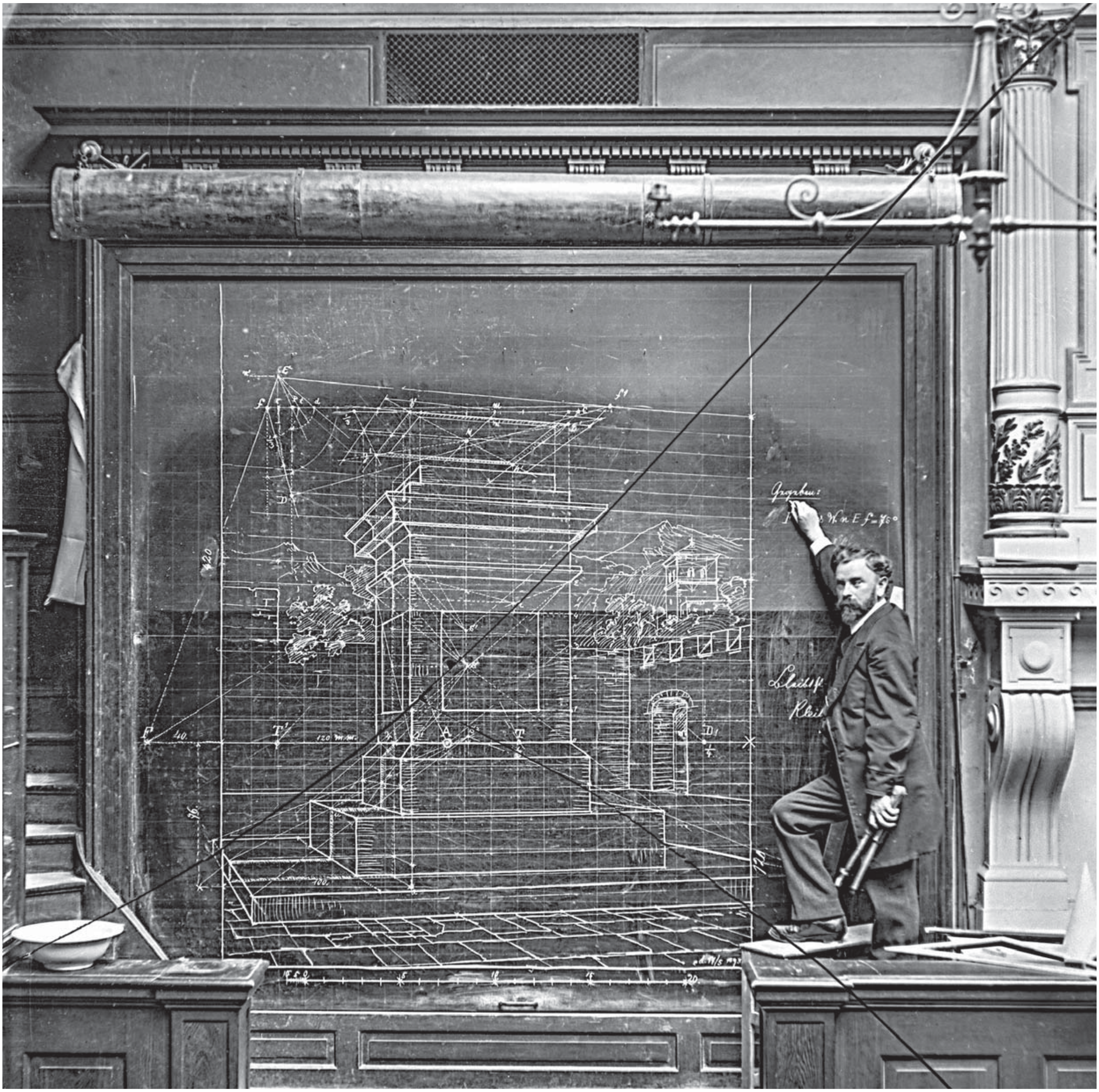
Brevi note biografiche
Il trattato di Max Kleiber ha conosciuto varie edizioni, tre almeno come *Katechismus der angewandten Perspektive* [Kleiber 1892] e altre tre come *Angewandte Perspektive* [Kleiber 1912] per lo stesso editore[9]. Ciò nonostante la sua opera è poco nota in Italia[10] e, di conseguenza, è altresì sconosciuta la sua figura d’uomo e di artista. Esiste però una vivace e documentata biografia scritta da Christoph Donsbach Camargo nel 2018 e pubblicata nel sito del Castello di Neubeuern[11].
Max Kleiber ha frequentato questo luogo per molti anni, soggiornandovi per trentacinque volte tra il 1888 e il 1923. Ogni volta ha lasciato nel libro degli ospiti vari attestati della sua presenza come acquerelli e poesie che sono stati raccolti da Reinhard Käsinger nel vasto archivio del castello.
Si può dire, perciò, che la vita di Max Kleiber sia trascorsa tra la città di Monaco di Baviera dove ha svolto la sua attività di insegnante e il Castello di Neubeuern, dove ha liberato la sua anima di artista, in un clima culturale di grande intensità[12].

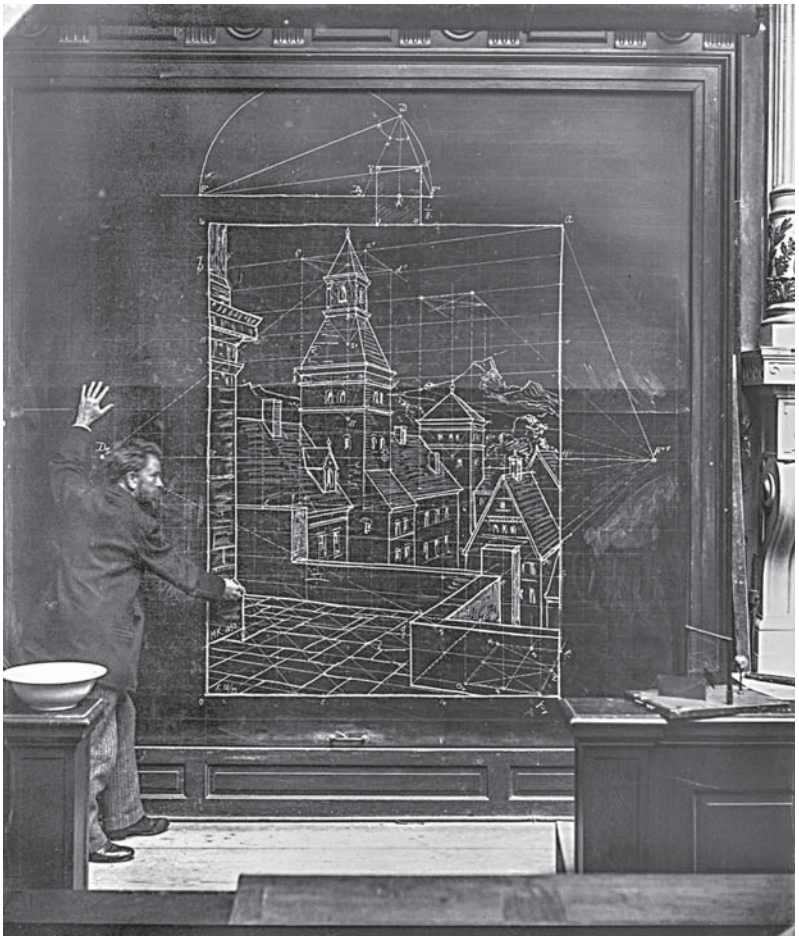
Monaco e l’insegnamento
Un tratto originale dell’insegnamento di Kleiber è anche l’idea che la Prospettiva possa essere più facilmente appresa applicandone le leggi e i procedimenti in uno studio dal vero: «Lo stu-

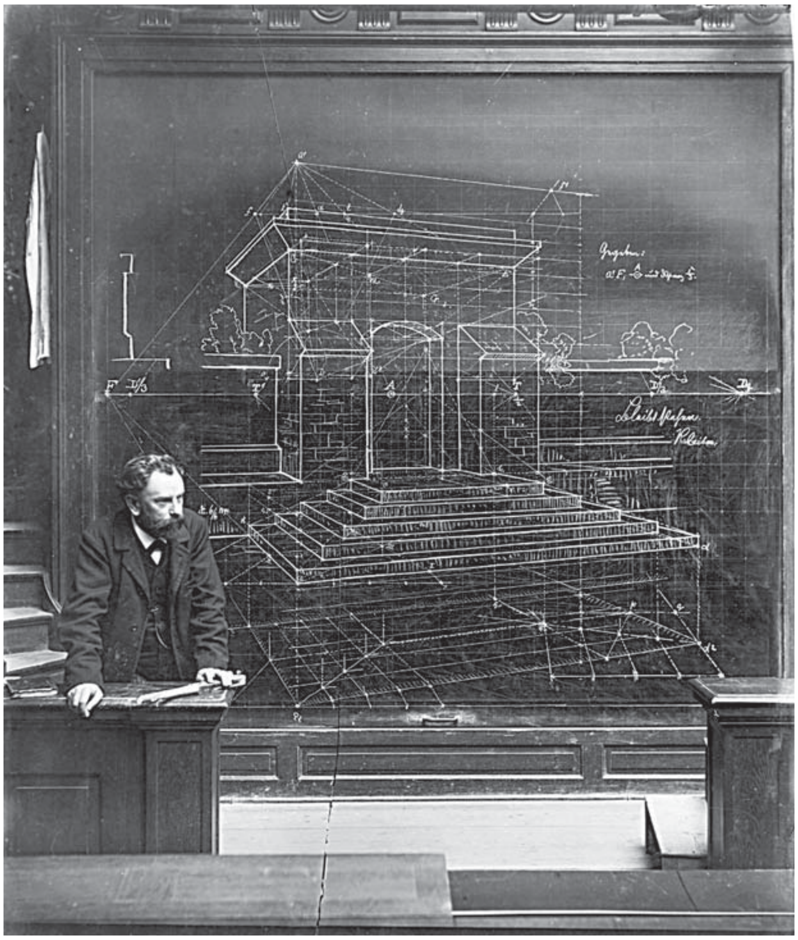
The city of Munich and his teaching profession
An original feature of Kleiber’s teachings is also the idea that perspective can be more easily learned by applying its laws and procedures to a real-life study: “The student should try to put the laws of perspective into practice on a simple architectural subject observed from life, after carefully studying

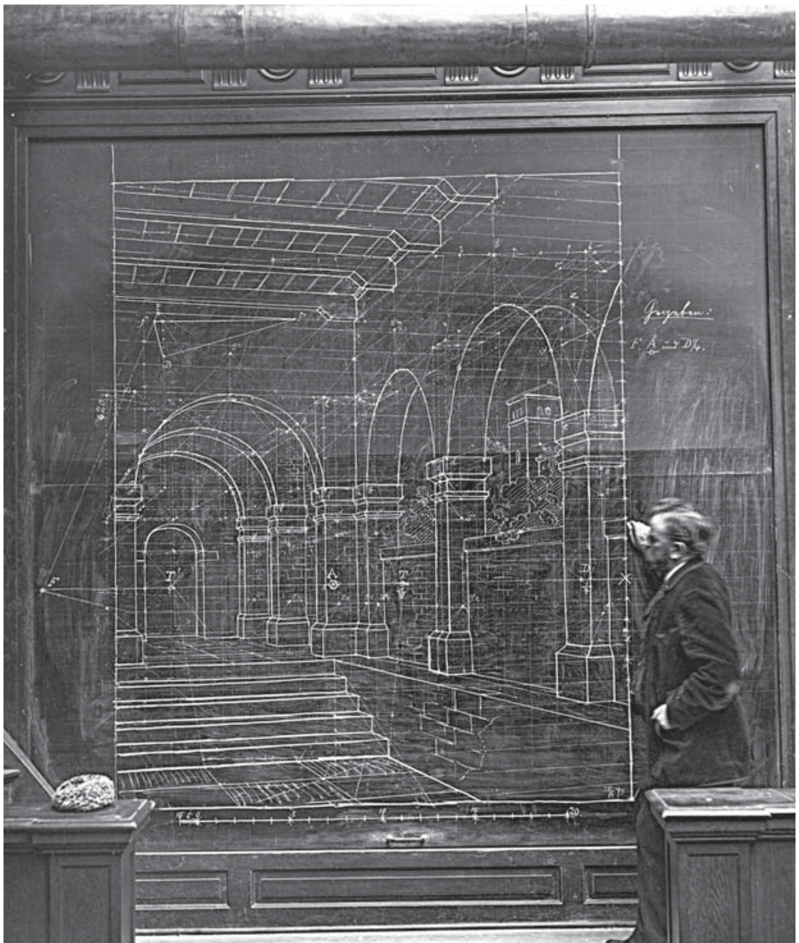


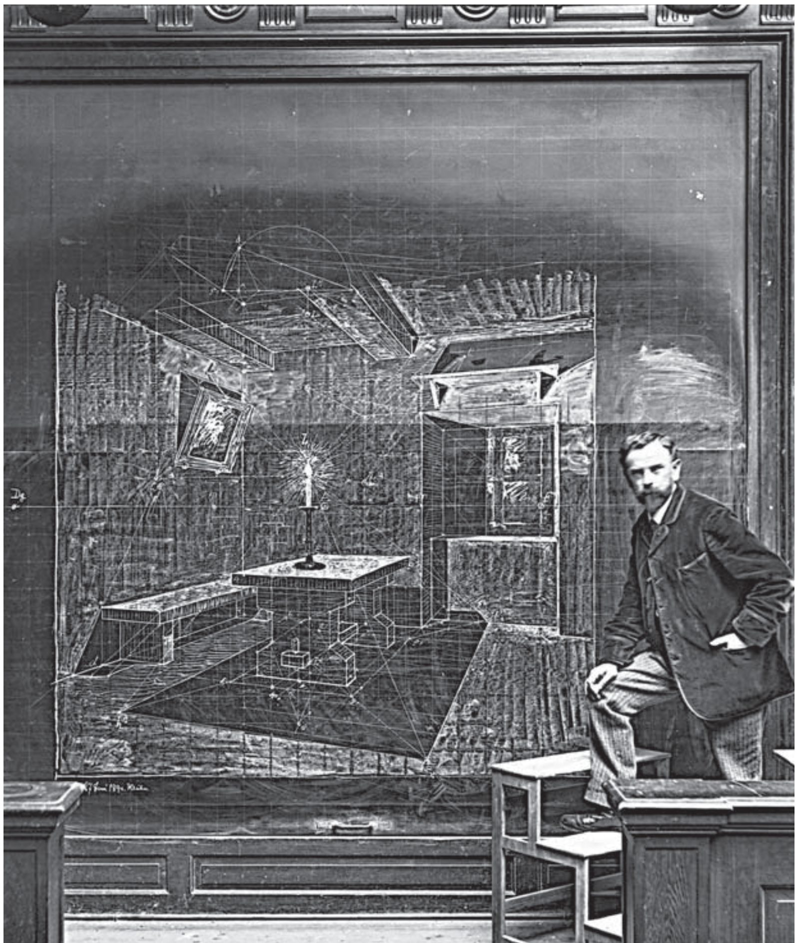
14/ Disegno su lavagna, prospettiva di un piedistallo (cfr. Angewandte Perspektive, fig. 86), foto 1893. Si notano gli strumenti utilizzati da Kleiber: il compasso di legno, nella mano sinistra, la grande squadra appoggiata sulla cattedra. La lastra fotografica, purtroppo, ha subito una rottura (©Bildarchiv, foto Marburg / Carl Teufel / Benno Filser).
Drawing on a blackboard, perspective of a pedestal (cfr. Angewandte Perspektive, fig. 86), photo 1893. Note the tools used by Kleiber: the wooden compass, in his left hand, the big set square resting on the desk. The photographic plate is, unfortunately, broken (©Bildarchiv, photo Marburg / Carl Teufel / Benno Filser).
15/ *Pagina seguente.* Disegni su lavagna.
In alto a sinistra: paesaggio urbano, forse dal vero.
In alto a destra: un'applicazione di punti di misura ridotti a 1/3. In basso a sinistra: archi in prospettiva; le ellissi che rappresentano i profili degli archi in prospettiva sono costruite con cinque punti e le relative tangenti, segnate con un tratteggio sottile; due punti sono all'imposta dell'arco, due sulle diagonali del quadrato circoscritto al cerchio e uno sulla chiave. In basso a destra: disegno su lavagna, ambiente di fantasia; Kleiber è particolarmente abile nella resa della luce sfruttando il gesso e dell'ombra nel fondo nero della lavagna; alcune di queste ombre, come quella della mensola sopra la nicchia della finestra, sembrano rinforzate pulendo la lavagna con una spugna bagnata (foto 1893; ©Bildarchiv, foto Marburg / Carl Teufel / Benno Filser).
Next page. *Drawings on a blackboard. Top left: urban landscape, perhaps from real life. Top right: an application of measuring points reduced to 1/3. Bottom left: arches in perspective;*











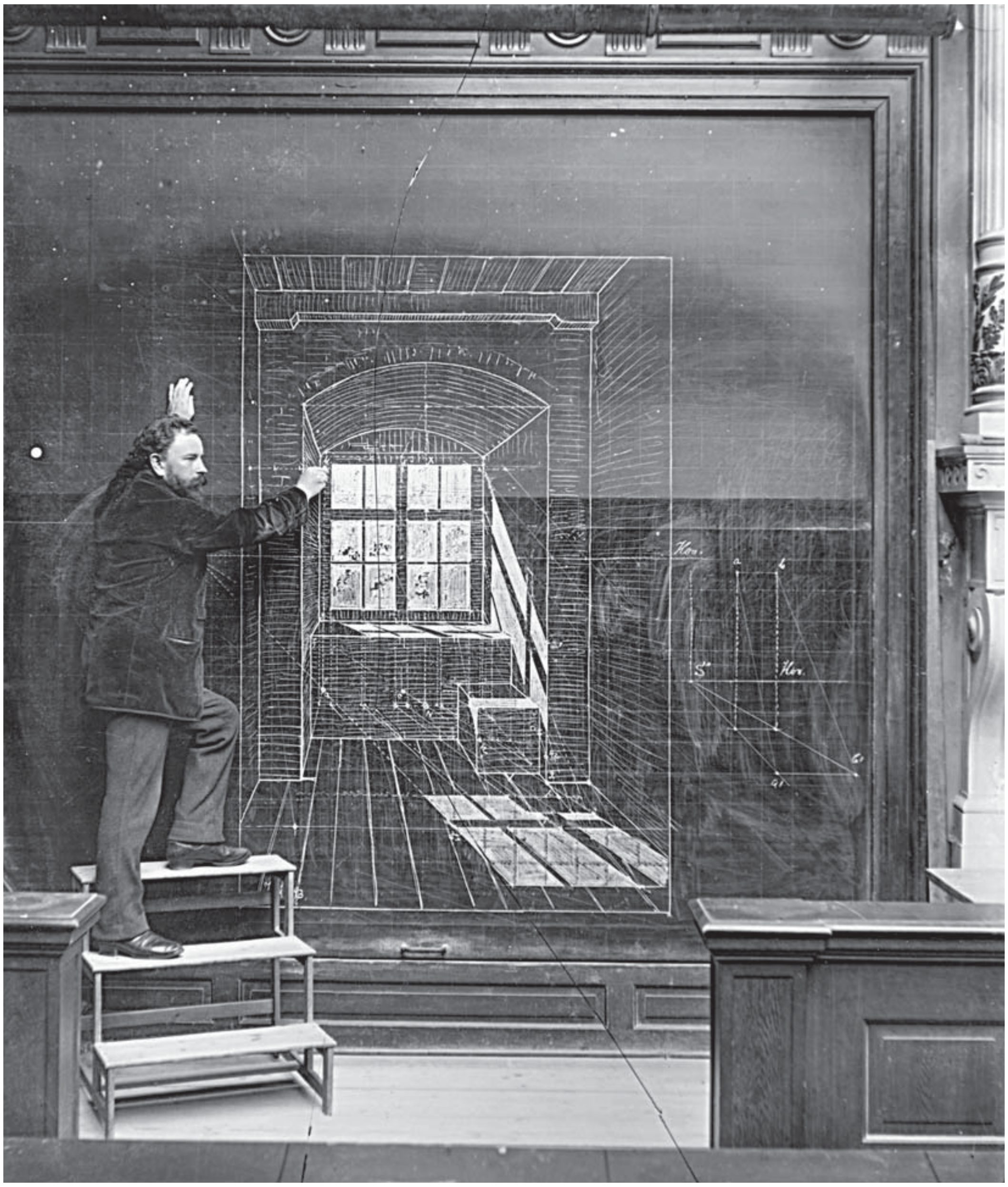
the ellipses representing the outlines of the arcs in perspective are constructed with five points and their tangents, marked with thin hatching; two points are at the impost of the arch, two on the diagonals of the square circumscribed by the circle, and one on the keystone. Bottom right: imaginary scene; Kleiber is particularly adept at rendering light using white chalk and shadow in the black background of the blackboard; some of these shadows, such as that of the shelf above the window niche, seem to be reinforced by wiping the blackboard with a wet sponge (photo 1893; ©Bildarchiv, photo Marburg / Carl Teufel / Benno Filser).

16/ Disegno su lavagna, finestra del Castello di Neubeuern. Disegni come questo, sfondano la superficie della lavagna e danno la misura delle suggestioni che potevano esercitare sugli studenti (foto 1893; ©Bildarchiv, foto Marburg / Carl Teufel / Benno Filser).
Drawing on a blackboard, Neubeuern Castle window. Drawings like this break through the surface of the blackboard and reveal the fascination they could exert on the students (photo 1893; ©Bildarchiv; photo Marburg / Carl Teufel / Benno Filser).

the text. This exercise can be carried out either at home or on site, and very soon the student will realise that this path, besides being of great interest in itself, will lead him more quickly to the desired mastery of perspective composition, to his independence and freedom" [Kleiber 1912, p. 6]. Figure 13 shows a simulation of this teaching technique, while figure 16 shows it in practice; the studied object is one of the windows of Neubeuern Castle.
Other eloquent examples of his method include drawings on a blackboard (figs. 14, 15, 16), made between 1893 and 1894 at the Academy of Munich where he taught architecture and perspective; they were photographed on plates and are now kept in the Marburg Photographic Archive.[13] These big blackboards make it impossible to use points located outside their frames.
The drawings were made using a compass, which appears in figure 14 in the author's hand (as well as in figure 15, top right), and a large set square, which can be seen on the desk in the same photograph. We cannot rule out that the long, perfectly regular straight lines may have been drawn freehand, perhaps with the help of the light grid of the blackboard.
The procedures described in the treatise, which we have only partly commented on, are all visible in these drawings.
Figure 15, top left also includes a small teaching model, lying on the desk; it represents the picture plane, the viewpoint, and an oblique rectangular plane projected onto the picture plane.

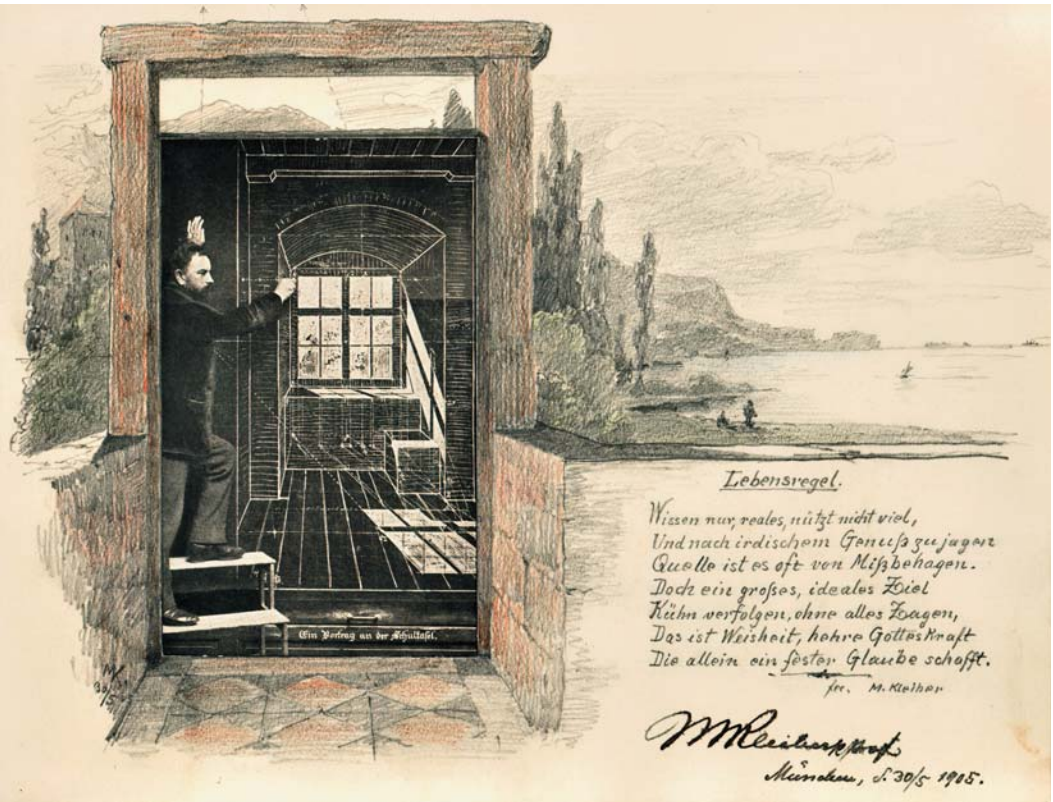
Neubeuern and Art

Kleiber was skilled in several painting techniques, particularly watercolour, which he used for many landscapes painted from real life (fig. 18). He was driven by a profound faith, which he expressed intensely in a poem written on a postcard in 1905 (fig. 17): "Seeking real knowledge [i.e., scientific knowledge] and pursuing earthly pleasure often leads to discomfort. On the contrary, pursuing a great purpose without hesitation is wisdom that comes from faith".[14] It is no coincidence that next to the text, in verse, there is one of the blackboards, perhaps



dente dovrebbe provare a mettere in pratica le leggi della prospettiva su un semplice motivo architettonico osservato dal vero, dopo aver studiato attentamente il testo. Questo esercizio può essere effettuato a casa o sul posto, e molto presto ci si renderà conto che questo percorso, oltre a essere di grande interesse in sé, lo condurrà più velocemente alla padronanza della composizione prospettica desiderata, alla sua indipendenza e libertà» [Kleiber 1912, p. 6]. La figura 13 mostra una simulazione di questa tecnica di insegnamento, mentre la figura 16 la mostra in pratica e il soggetto è una delle finestre del Castello di Neubeuern.
Esempi eloquenti del suo metodo sono anche alcuni disegni alla lavagna (figg. 14, 15, 16), eseguiti tra il 1893 e il 1894 alla Accademia di Monaco dove insegnava architettura e prospettiva, che furono fotografati su lastre oggi custodite presso l'Archivio fotografico di

17/ Cartolina del 1905 (Archivio del Castello di Neubeuern).
Postcard dated 1905 (Neubeuern Castle Archive).



Marburg[13]. Si tratta di grandi lavagne che non permettono in alcun modo l'uso di punti che siano situati al di fuori della loro superficie.
I disegni sono stati eseguiti con l'uso di un compasso, che è presente nella figura 14 in mano all'autore (come anche nella figura 15, in alto a destra) e di una grande squadra, che si vede appoggiata alla cattedra nella medesima fotografia. Non è escluso che le lunghe linee rette perfettamente regolari possano essere state tracciate a mano libera, magari con l'aiuto della leggera quadrettatura della lavagna.
In tutti questi disegni si riconoscono le procedure descritte nel trattato, che abbiamo solo in parte commentato.
Nella figura 15, in alto a sinistra, si nota anche un piccolo modello didattico, appoggiato sulla cattedra, che rappresenta il quadro, il punto di vista e un piano rettangolare obliquo proiettato sul quadro.

Neubeuern e l'arte
Kleiber padroneggiava varie tecniche pittoriche, in particolare l'acquerello che ha utilizzato per molti paesaggi ritratti dal vero (fig. 18). Era animato da una fede profonda, che esprime intensamente in una sua poesia scritta in una cartolina del 1905 (fig. 17): «Cercare la conoscenza reale [cioè quella scientifica] e perseguire il piacere terreno spesso porta disagio. Al contrario, perseguire un grande obiettivo senza esitazione è saggezza che deriva dalla fede»[14]. E non è un caso che accanto al testo, in versi, figuri una delle lavagne, forse quella più amata, come testimonianza della conoscenza scientifica, mentre il grande obiettivo al quale Kleiber fa cenno potrebbe essere la realizzazione della piccola chiesa di Nostra Signora di Baviera, che egli volle edificare a 1.780 metri di altitudine sul monte Wendelstein ed è la più alta della Germania.
Nel 1927 Erwin Panofsky pubblicò il suo saggio sulla Prospettiva come forma simbolica [Panofsky 1927]. Max Kleiber morì tre anni dopo, il 21 marzo 1930, ed è perciò probabile che lo abbia letto: ci chiediamo come abbia potuto accogliere le critiche di Panofsky alla prospettiva centrale e alla sua capacità di

his favourite, bearing witness to scientific knowledge, while the great objective to which Kleiber refers could be the construction of the small church of Our Lady of Bavaria which he wanted to build at 1780 meters above sea level on Mount Wendelstein; the church is the highest in Germany.
In 1927 Erwin Panofsky published his essay on Perspective as Symbolic Form *[Panofsky 1927]. Max Kleiber died three years later, on 21st March 1930; it is therefore likely that he read it. We wonder how he could have accepted Panofsky's criticisms of central perspective and its ability to simulate the human vision of space. Subsequent studies have given perspective back its dignity and we believe it is time to acknowledge Max Kleiber's merits as a scholar, teacher, and artist.*

1. *Max Phillipp Kleiber (1848-1930) taught perspective at the School of Arts & Crafts and the Academy of Fine Arts in Munich. He wrote a treatise on perspective entitled* Angewandte Perspektive, *which at the time garnered considerable editorial success; it was updated and republished several times.*

2. *The term reveals Kleiber's references, specifically Johann Heinrich Lambert's treatise Die* Freie Perspektive *[Lambert 1759] and the much more extensive treatise by Gustav von Peschka and Emil Kounty with the same title [Peschka e Koutny 1868]. Chapter VI of this treatise is dedicated to 'Auxiliary constructions useful when the dimensions of the drawing sheet are limited', while Chapter VII deals with 'Perspective scales'. Finally, the appendix deals with the 'Perspective representation of architectural subjects', including vaults and elements of the architectural order. The central part of this publication deals with geometric figures and their properties, as in a treatise on descriptive geometry, but using perspective representation instead of the canonical orthogonal projections. Overall, von Peschka's* Freie perspektive *is very theoretical. He develops this vocation in a second treatise, published twenty years later only by von Peschka, entitled* Freie Perspektive *[Centrale Projection] [Peschka 1888]] in this case the perspective theory is explicitly developed in projective geometry, although architectural references and application topics, such as perspective scales, still appear [Peschka 1889, pp. 571-579]. However, I believe that Wilhelm Fiedler's treatise [Fiedler 1871] is not unrelated to Kleiber's education and training, at the very least for the importance he attributes to* Freie Perspektive *as the source of all scientifically founded methods of representation.*

18/ La chiesa di Nostra Signora della Baviera edificata per iniziativa di Kleiber sul monte Wendelstein a 1.780 metri di altitudine. L'acquerello (1921) è dello stesso Kleiber (Archivio del Castello di Neubeuern).
The Church of Our Lady of Bavaria on Mount Wendelstein, at an altitude of 1,780 meters, was built based on an idea by Kleiber. The watercolour (1921) was painted by Kleiber himself (Neubeuern Castle Archive).

19/ Il progetto per la chiesa di Nostra Signora della Baviera, disegnato da Max Kleiber: matita, penna e acquerello (Archivio del Castello di Neubeuern).
The design for the Church of Our Lady of Bavaria, drawn by Max Kleiber: pencil, pen and watercolour (Neubeuern Castle Archive).

3. *In a note Kleiber claims authorship of the method: "This measurement method, which, to his knowledge, has only been described by the author [of this book], practically offers some advantages over the use of so-called measurement points" [Kleiber 1912, p. 59].*

4. *We extend the line* BB' *until we meet the circumference at point* D. *The* AC *and* CD *segments are equal because they are radii of the same circumference. The red angles are equal because they are opposite to the vertex. The blues angles, as well as the yellow angles, are equal because they alternate externally in the system in which the lines* A'B' *and* AD *cut the parallel lines by construction* AA' *and* BB'D. *Therefore triangles* AA'C *and* DB'C *are equal and so are sides* A'C *and* B'C.

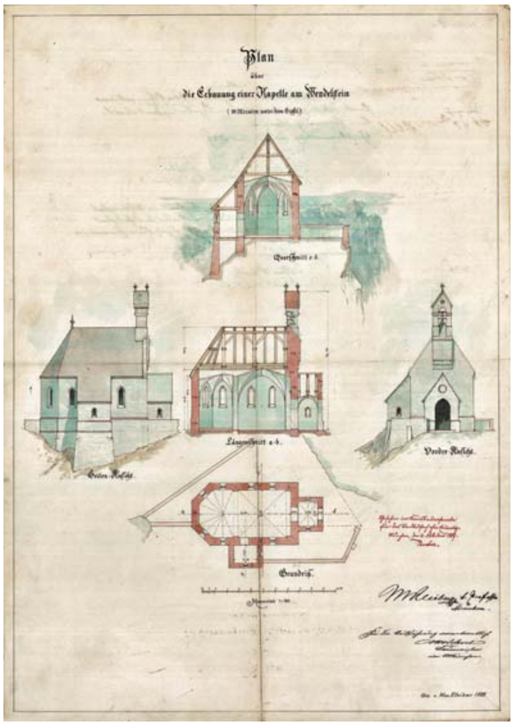
5. *The name of this theorem is now widely accepted, even though it is inappropriate because it is not part of Desargues' language. It is the* Proposition géométrique *which appears in the last part of the work by Abraham Bosse and Girard Desargues* Manière universelle... *[Bosse, Desargues 1648, pp. 340-343].*

6. *Triangles 34*b *and 3'4'*d *are homologous because their corresponding sides meet at points aligned on line* xy; *therefore, segments 33', 44', and* bd *are aligned at a point (at infinity). If we now consider triangles* a4b *and* c4'd, *we see that they are also homologous because their corresponding vertices are aligned on parallel lines, and hence* cd *converges with* ab *and* xy *at the inaccessible point* V *on line* xy.

7. *Homothety is the homologous relation in which the centre is accessible and the axis is at infinity. As a result, corresponding points are aligned with the centre while corresponding lines are parallel. In general, given the centre and a pair of corresponding lines, the homothety is completely determined. Thus, given, for instance, a linear perspective image, another corresponding image can be deduced without resorting to other constructions. The topic is generally treated in works dedicated to projective geometry, such as the one by Luigi Cremona [Cremona 1893, p. 18].*

8. *More in detail, the following are given: the line* ab, *the principal point A (and consequently the horizon* ff'*), and the principal distance reduced to one-third* Ad/3 *in the rabatment of the horizon plane. Let's say that we want to construct the perspective of line* ac, *which in space is horizontal and orthogonal to* ab. *We draw the line* Aa *and on it we mark off point* a' *that is one-third of* Aa *away from* A*: the homothety with centre* A *is thus determined and will lead to work on a perspective image that is one-third of the final one. Then we draw the line* a'b'f *parallel to* ab, *which meets the horizon at point* f. *We construct line* d/3f *and its orthogonal* d/3f', *which intersects the horizon at point* f'. *Finally, we draw line* a'c'f', *which is parallel to the line* ac *we wanted to construct.*

simulare la visione umana dello spazio. Gli studi successivi hanno poi restituito alla prospettiva la sua dignità e crediamo sia tempo ormai di riconoscere a Max Kleiber i suoi meriti di studioso, di insegnante, di artista.



1. Max Phillipp Kleiber (1848-1930) ha insegnato la prospettiva nella Scuola d'Arte e Mestieri e nella Accademia di Belle Arti di Monaco. Nel 1892 ha pubblicato un trattato di prospettiva, intitolato *Angewandte Perspektive*, che ha avuto all'epoca una notevole fortuna editoriale, essendo stato aggiornato e ristampato più volte.

2. Il termine svela i riferimenti di Kleiber e precisamente il trattato *Die Freie Perspektive* di Johann Heinrich Lambert [Lambert 1759] e il trattato di Gustav von Peschka e Emil Kounty, ben più ampio, che porta lo stesso titolo [Peschka, Koutny 1868]. Il capitolo VI di questo trattato è dedicato alle "Costruzioni ausiliarie utili quando le dimensioni del foglio di disegno siano limitate", mentre il capitolo VII tratta delle "Scale prospettiche". Infine, nell'Appendice è trattata la "Rappresentazione prospettica di soggetti architettonici" tra i quali figurano le volte e gli elementi dell'ordine architettonico. La parte centrale di quest'opera tratta invece le figure geometriche e le loro proprietà, come in un trattato di geometria descrittiva, servendosi però della rappresentazione prospettica anziché di quella canonica in proiezioni ortogonali associate. Nel complesso, la *Frei perspektive* di von Peschka ha una forte connotazione teorica. Questa vocazione si svilupperà in un secondo trattato, pubblicato vent'anni dopo dal solo von Peschka, che porta il titolo *Freie Perspektive [Centrale Projection]* [Peschka 1888]; qui la teoria prospettica si sviluppa esplicitamente nella geometria proiettiva anche se figurano ancora riferimenti architettonici e temi applicativi, come le scale prospettiche [Peschka 1889, pp. 571-579]. Credo, però, che non sia estraneo alla formazione di Kleiber anche il trattato di Wilhelm Fiedler [Fiedler 1874] se non altro per l'importanza che questo autore attribuisce alla *Freie Perspektive* come sorgente di tutti i metodi di rappresentazione che abbiano fondamento scientifico.

3. In una nota Kleiber rivendica la paternità del metodo: «Questo metodo di misurazione, che a sua conoscenza finora è stato descritto solo dall'autore [di questo libro], offre in pratica alcuni vantaggi rispetto all'uso dei cosiddetti punti di misura» [Kleiber 1912, p. 59].

4. Prolunghiamo la retta *BB'* fino a incontrare la circonferenza nel punto *D*. I segmenti *AC* e *CD* sono eguali perché sono raggi della medesima circonferenza. Gli angoli di colore rosso sono uguali perché opposti al vertice. Gli angoli azzurri, così come gli angoli gialli, sono uguali perché alterni esterni nel sistema in cui le rette *A'B'* e *AD* tagliano le rette parallele per costruzione *AA'* e *BB'D*. Perciò i triangoli *AA'C* e *DB'C* sono uguali e così sono uguali i lati *A'C* e *B'C*.

5. La denominazione di questo teorema è ormai ampiamente condivisa, pur non essendo appropriata, perché non appartiene al linguaggio di Desargues. Si tratta della *Proposition géométrique* che figura nell'ultima parte dell'opera di Abraham Bosse e Girard Desargues *Manière universelle* ... [Bosse, Desargues 1648, pp. 340-343].

6. I triangoli 34*b* e 3'4'*d* sono omologici perché hanno i lati corrispondenti che si incontrano in punti allineati sulla retta *xy;* dunque i segmenti 33' 44' e *bd* sono allineati con un punto (all'infinito). Se ora consideriamo i triangoli *a*4*b* e *c*4'*d* vediamo che sono pure omologici perché hanno i vertici corrispondenti allineati su rette parallele e dunque *cd* converge con *ab* e *xy* nel punto inaccessibile *V* sulla retta *xy*.

7. L'omotetia è la relazione omologica nella quale il centro è accessibile e l'asse all'infinito. Perciò i punti corrispondenti sono allineati con il centro mentre le rette corrispondenti sono parallele. In generale, dato il centro e una coppia di rette corrispondenti l'omotetia è completamente determinata, perciò data, per esempio, una immagine prospettica lineare se ne può dedurre un'altra corrispondente senza fare ricorso ad altre costruzioni. L'argomento è generalmente trattato nelle opere dedicate alla geometria proiettiva come, per esempio, quella di Luigi Cremona [Cremona 1893, p. 18].

8. In dettaglio, sono dati: la retta *ab*, il punto principale *A* (di conseguenza l'orizzonte *ff'*) e la distanza principale ridotta a un terzo *Ad*/3 nel ribaltamento del piano dell'orizzonte. Si vuole costruire la prospettiva della retta *ac* che, nello spazio, è orizzontale e ortogonale ad *ab*. Si traccia la retta *Aa* e su di essa si stacca il punto *a'* che dista da *A* un terzo di *Aa*: l'omotetia di centro *A* è così determinata e porterà a lavorare su una immagine prospettica che è un terzo di quella finale. Si traccia allora la retta *a'b' f* parallela ad *ab*, che incontra l'orizzonte nel punto *f*. Si costruisce la retta *d*/3*f* e l'ortogonale *d*/3*f'* che taglia l'orizzonte nel punto *f'*. Infine si disegna la retta *a'c' f'* che è parallela alla retta *ac* che si voleva costruire.

9. Le prime due sono comparse nel 1892, 1896 e nel 1900, le altre negli anni 1904, 1912, 1922.

10. Il repertorio bibliografico di Luigi Vagnetti lo menziona, senza commenti [Vagnetti 1979, p. 480]. Kirsti Andersen [Andersen 2007], che pure ha studiato quel periodo della storia della prospettiva, lo ignora.

11. <http://www.gaestebuecher-schloss-neubeuern.de/biografien/index.html>.

12. Il film di Luchino Visconti *Ludwig* accenna appena l'argomento quando descrive la passione del re di Baviera per la musica di Wagner, ma va ricordato che questa è anche l'epoca di Johann Strauss (1825-1899), Johannes Brahms (1833-1897) e Gustav Mahler (1860-1911), di pittori come Gustav Klimt (1862-1918) ed Egon Schiele (1890-1918), di scrittori come Theodor Fontane (1819-1898) e Thomas Mann (1875-1955).

13. <https://www.bildindex.de>. Vorrei esprimere un sentito ringraziamento all' Archivio fotografico di Marburg e a Simone Schulz per avermi concesso di pubblicare questi preziosi documenti.

14. Ringrazio Reinhard Käsinger per la corretta interpretazione del testo.

9. The first two were published in 1892, 1896, and 1900, while the others were published in 1904, 1912, and 1922.

10. Luigi Vagnetti's bibliographic repertoire mentions it, without comments [Vagnetti 1979, p. 480]. Kirsti Andersen [Andersen 2007], who also studied that period of perspective history, ignores it.

11. <http://www.gaestebuecher-schloss-neubeuern.de/biografien/index.html>.

12. Luchino Visconti's film, Ludwig, *just touches on the subject when describing the Bavarian King's passion for Wagner's music; however we should not forget that this was also the era of musicians such as Johann Strauss (1825-1899), Johannes Brahms (1833-1897), and Gustav Mahler (1860-1911), of painters like Gustav Klimt (1862-1918) and Egon Schiele (1890-1918), and of writers like Theodor Fontane (1819-1898) and Thomas Mann (1875-1955).*

13. <https://www.bildindex.de>. I would like to express my heartfelt thanks to the Marpurg Photographic Archive and Mr. Simone Schulz for granting permission to publish these valuable documents.

14. I would like to thank Reinhard Käsinger for the correct interpretation of the text.

References

- Andersen 2007 = Kirstie Andersen. *The Geometry of an Art - The History of the Mathematical Theory of Perspective from Alberti to Monge*. New York: Springer, 2007.
- Bosse, Desargues 1648 = Abraham Bosse, Girard Desargues. *Manière universelle de Mr. Desargues, pour pratiquer la perspective par petit-pied, comme le géométral.* Paris: De l'imprimerie de Pierre Des-Hayes, 1648.
- Cremona 1893 = Luigi Cremona. *Elements of Projective Geometry*. Oxford: Clarendon Press, 1893.
- Desargues 1639 = Girard Desargues. *Brouillon project d'une Atteinte aux evenemens des rencontres du cone avec un plan, par L, S, G, D, L*. Paris: pubblicato in proprio, 1639.
- Fiedler 1874 = Wilhelm Fiedler. *Trattato di Geometria Descrittiva del dr. Guglielmo Fiedler professore nella Scuola politecnica federale di Zurigo*. Firenze: Successori Le Monnier, 1874. Traduzione di Antonio Sayno e Ernesto Padova [*Die Darstellende Geometrie*, 1871]
- Kleiber 1892 = Max Phillip Kleiber. *Katechismus der Angewandte Perspektive, Nebst Erläuterungen über Schattenkonstruktion und Spiegelbilder*. Leipzig, I. I. Weber, 1892.
- Kleiber 1912 = Max Phillip Kleiber. *Angewandte Perspektive, Nebst Erläuterungen über Schattenkonstruktion und Spiegelbilder*. Leipzig, I. I. Weber, Illustrierte Zeitung, 1912.
- Lambert 1759 = Johann Heinrich Lambert. *Die freye Perspektive oder Anweisung, jeden perspektivischen Aufriss von freyen Stücken und ohne Grundriss zu verfertigen*. Zürich: Bey Heidegger und Compagnie, 1759.
- Panofsky 1961 = Erwin Panofsky. *La prospettiva come "forma simbolica" e altri scritti*. Milano: Feltrinelli, 1961. Traduzione di Enrico Filippini [*Die Perspektive als "symbolische Form"*, 1924] .
- Peschka 1888 = Gustav Adolf von Peschka. *Freie Perspektive [Centrale Projection]*. Vol. 1, Leipzig: Baumgärtner's Buchhandlung, 1888.
- Peschka 1889 = Gustav Adolf von Peschka. *Freie Perspektive [Centrale Projection]*. Vol. 2, Leipzig: Baumgärtner's Buchhandlung, 1889.
- Peschka, Koutny 1868 = Gustav Adolf von Peschka, Emil Koutny. *Freie Perspektive, in ihrer Begründung und Anwendung*. Hannover: Carl Rümpler, 1868.
- Piero della Francesca 2017 = Piero della Francesca. *De Prospectiva Pingendi.* Roma: Istituto Poligrafico dello Stato, 2017.
- Poncelet 1822 = Jean Victor Poncelet. *Traité des Propriétés Projectives des Figures; ouvrage utile a ceux qui s'occupent des application de la Géométrie Descriptive et d'operations géométriques sur le terrain; par J. V. Poncelet, Ancien Elève de l'école Polytechnique, Capitaine au corps royal du Génie, Membre de la Société des Sciences, Lettres et Arts de Metz.* Paris, Bachelier, 1822.
- Vagnetti 1979 = Luigi Vagnetti (mar.). *De naturali et artificiali perspectiva.* Firenze: Edizioni della Cattedra di Composizione Architettonica I A di Firenze e della L.E.F. (libreria Editrice Fiorentina), 1979.

disegnare idee immagini
drawing ideas images

Anno XXXIV, n. 66, giugno 2023

La rivista è inclusa nella Web of Science Core Collection (Clarivate Analytics), dove è indicizzata nell'*Arts & Humanities Citation Index* e nel database di Scopus dove sono presenti gli abstract dei contributi.
La selezione degli articoli per *Disegnare. Idee Immagini* prevede la procedura di revisione e valutazione da parte di un comitato di referee *(blind peer review)*; ogni contributo viene sottoposto all'attenzione di almeno due revisori, scelti in base alle loro specifiche competenze. I nomi dei revisori sono resi noti ogni anno nel numero di dicembre.

The journal has been selected for coverage in the Web of Science Core Collection (Clarivate Analytics); it is indexed in the Arts & Humanities Citation Index *and abstracted in the Scopus database.*
The articles published in Disegnare. Idee Immagini *are examined and assessed by a blind peer review; each article is examined by at least two referees, chosen according to their specific field of competence.*
The names of the referees are published every year in the December issue of the journal.

Gli autori di questo numero
Authors published in this issue

Fabrizio Ivan Apollonio
Dipartimento di Architettura
Alma Mater Studiorum - Università di Bologna
via Risorgimento, 2
40136 Bologna, Italia
fabrizio.apollonio@unibo.it

Carlo Bianchini
Dipartimento di Storia, disegno e restauro dell'architettura
Sapienza Università di Roma
piazza Borghese, 9
00186 Roma, Italia
carlo.bianchini@uniroma1.it

Livio De Luca
UMR CNRS/MCC MAP (Modèles et simulations pour l'Architecture et le Patrimoine)
Campus du CNRS (Batiment US)
31, chemin Joseph Aiguier
13402 Marseille cedex 20, Francia
livio.deluca@map.cnrs.fr

Marco Gaiani
Dipartimento di Architettura
Alma Mater Studiorum - Università di Bologna
via Risorgimento, 2
40136 Bologna, Italia
marco.gaiani@unibo.it

Simone Garagnani
Dipartimento di Studi Umanistici
Università degli Studi di Urbino Carlo Bo
via Bramante, 17
61029 Urbino, Italia
simone.garagnani@uniurb.it

Michela Martini
Museo Basilica di Santa Maria delle Grazie
piazza Masaccio, 8
52027 San Giovanni Valdarno (AR), Italia
michelamartini29@gmail.com

Riccardo Migliari
Dipartimento di Storia, disegno e restauro dell'architettura
Sapienza Università di Roma
piazza Borghese, 9
00186 Roma, Italia
riccardo.migliari@uniroma1.it

Douglas Pritchard
Scott Sutherland School of Architecture
Robert Gordon University
Garthdee House, Garthdee Road
Aberdeen, AB10 7QB, Scozia
d.pritchard1@rgu.ac.uk

Guendalina Salimei
Dipartimento Architettura e Progetto
Sapienza Università di Roma
via Flaminia, 359
00196 Roma, Italia
guendalina.salimei@uniroma1.it

Carl Brandon Strehlke
Philadelphia Museum of Art
2600 Benjamin Franklin Parkway
Philadelphia, PA 19130, Stati Uniti
sherbornmass@gmail.com

ISSN 1123-9247
9 771123 924009
30066
ISBN 978-88492506 8-8
9 788849 250688